EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Subsecretaría de Educación Media Superior

OPCIÓN EDUCATIVA AUTOPLANEADA
MODALIDAD MIXTA

Programa de Estudio

Cálculo Integral

Quinto semestre

Componente disciplinar Extendido
Bachillerato Tecnológico

DGETAyCM
Dirección General de Educación
Tecnológica Agropecuaria y Ciencias del Mar

Este material, dirigido a toda la sociedad, emplea los términos: alumnos, estudiantes, docente, aludiendo a ambos géneros, con la finalidad de facilitar la lectura. Sin embargo, este criterio editorial no demerita los compromisos que la Secretaría de Educación Pública asume en cada una de las acciones encaminadas a consolidar la equidad de género.

Subsecretaría de Educación Media Superior
Dirección General de Educación Tecnológica
Agropecuaria y Ciencias del Mar
Av. Universidad 1200, cuarto piso. Col. Xoco
Alcaldía Benito Juárez, C.P. 03330, Ciudad de México
Primera edición: julio, 2024.

Clave: 353105-22DE-A

DIRECTORIO

LETICIA RAMÍREZ AMAYA
SECRETARIA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

CARLOS RAMÍREZ SÁMANO
SUBSECRETARIO DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR

SILVIA AGUILAR MARTÍNEZ
COORDINADORA SECTORIAL DE FORTALECIMIENTO ACADÉMICO

ADRIANA PLASENCIA DÍAZ
DIRECTORA GENERAL DE EDUCACIÓN TÉCNOLÓGICA
AGROPECUARIA Y CIENCIAS DEL MAR

CRÉDITOS

Coordinación técnica

María Magdalena Oliva Sandoval / Coordinadora Sectorial de Desarrollo Académico e Infraestructura de la DGETAyCM.

Coordinación Académica

Delia Carmina Tovar Vázquez / Directora de Innovación Educativa y Desarrollo Curricular de la COSFAC

Asesoría Técnico-Pedagógica

Rosa María Mendoza Cervantes / Subdirectora de Planes y Programas de Estudio de la DGETAyCM
Andrea Archundia Rodríguez / Jefa de Departamento de Componentes Profesionales de la DGETAyCM
Cristina Magdalena Velázquez Alejo / DGETAyCM

Autores

José Feliciano Castellanos Alor / DGETAyCM
Jair Arturo Hernández Ramírez / DGETAYCM
Alfonso Javier Rodríguez Domínguez / DGETAyCM

ÍNDICE

PRESENTACIÓN

Con el propósito de ampliar y diversificar la oferta educativa que ofrece la Dirección General de Educación Tecnológica Agropecuaria y Ciencias del Mar (DGETAyCM) y la Dirección General de Educación Tecnológica Industrial y de Servicios (DGETI), han diseñado conjuntamente el plan y los programas de estudio de la opción educativa Autoplaneada para atender a las necesidades de un segmento de la población que, por distintas razones, no ingresaron a la Educación Media Superior (EMS), requieren concluir sus estudios y obtener el certificado de terminación del tipo media superior y/o título y cédula profesional, o no puede asistir de manera presencial a cursar el bachillerato.

Los jóvenes y adultos a los cuales está destinada esta opción educativa poseen distintos perfiles y habilidades (no son un grupo homogéneo) que requieren potenciar para desarrollar el pensamiento analítico, crítico, reflexivo, sintético y creativo, en oposición al esquema que apunte solo a la memorización; esto implica superarse a sí mismo, los esquemas de evaluación que dejan rezagados a muchos estudiantes y que no miden el desarrollo gradual de los aprendizajes, de las competencias y el reconocimiento de las experiencias adquiridas fuera del aula para responder con éxito al dinamismo actual que los jóvenes y adultos requieren para enfrentar y superar los retos del presente y del futuro.

Se requiere un currículo distinto a la modalidad escolarizada que permita la generación de programas de estudio flexibles, que se adapte a los distintos estilos y ritmos de aprendizaje, y que ponga énfasis en la autonomía del aprendizaje, ya que esta opción educativa Autoplaneada requiere principalmente del estudio independiente para el logro de los propósitos educativos.

Los programas de estudio se diseñaron mediante un trabajo interinstitucional tomando como referencia lo establecido en el Acuerdo Secretarial 27/10/2021 por el que se modifica el diverso número 653 por el que se establece el plan de estudios del Bachillerato Tecnológico, el Acuerdo número 445 por el que se conceptualizan y definen para la Educación Media Superior las opciones educativas en las diferentes modalidades, y el Acuerdo Secretarial 444 por el que se establecen las competencias que constituyen el marco curricular común del Sistema Nacional de Bachillerato.

Considerando lo anterior, para el logro de los propósitos de las Unidades de Aprendizaje Curriculares (UAC), en los programas de estudio de esta opción educativa se establece una distribución del 30% de mediación docente y, un 70%, de estudio independiente. Con un enfoque centrado en el estudiante, andragógico y constructivista para el desarrollo de las competencias genéricas, disciplinares básicas y extendidas y las profesionales básicas y extendidas propias a cada carrera técnica.

Se plantea una metodología situada desde la andragogía referida a la forma de planificar, administrar y dirigir la práctica educativa de los adultos, enfatizando en aquellos aspectos que, además de sustentar el proceso, ayuden a enriquecer los conocimientos generales o profesionales del estudiante adulto mediante el aprendizaje autónomo.

El enfoque antropogógico contribuye al aprendizaje de los estudiantes y se caracteriza por:

- Instruir y educar permanentemente, en cualquier período del desarrollo psicológico, biológico, fisiológico y en función de la vida natural, ergológica y social del estudiante.
- Reeducar a los estudiantes de todas las edades.
- Contextualizar desde lo socioeducativo.

Derivado de este enfoque, se retoma la andragogía para la conceptualización y atención de los procesos de educación de las personas adultas, orientados a continuar el desarrollo de sus capacidades, a la actualización o profundización de sus conocimientos, a la apropiación y utilización de nuevas tecnologías y, en general, mantener o mejorar su calidad de desempeño personal, profesional y social.

El desarrollo de las competencias se logra desde una perspectiva inter y transdisciplinar a través de las actividades de aprendizaje situado diseñadas por el docente, de acuerdo con las competencias de los módulos en cada carrera; desde la relación vertical y horizontal con las asignaturas de los componentes disciplinar básico y extendido, apoyándose en los programas de habilidades socioemocionales.

1. JUSTIFICACIÓN

El programa de estudio de la asignatura de Cálculo Integral es una guía para el docente que abordará de manera didáctica los aprendizajes clave y las competencias del Marco Curricular Común para el logro del perfil de egreso de la Educación Media Superior (EMS).

El Perfil de Egreso de la Educación Media Superior, expresado en ámbitos individuales, define el tipo de alumno que se busca formar. A través del logro de los aprendizajes esperados de la asignatura de Cálculo Integral, gradualmente se impulsará el desarrollo de los siguientes ámbitos.

Ámbito	Perfil de egreso
Pensamiento crítico y solución de problemas	• Utiliza el pensamiento lógico y matemático, así como los métodos de las ciencias para analizar y cuestionar críticamente fenómenos diversos. • Desarrolla argumentos, evalúa objetivos, resuelve problemas, elabora y justifica conclusiones y desarrolla innovaciones. Asimismo, se adapta a entornos cambiantes.
Pensamiento Matemático	• Construye e interpreta situaciones reales, hipotéticas o formales que requieren de la utilización del pensamiento matemático. • Formula y resuelve problemas, aplicando diferentes enfoques. • Argumenta la solución obtenida de un problema con métodos numéricos, gráficos o analíticos.

De forma transversal se favorecerá el desarrollo gradual de los siguientes ámbitos:

Ámbitos transversales del perfil de egreso que atiende la asignatura

Ámbito	Perfil de egreso
Lenguaje y comunicación	• Se expresa con claridad de forma oral y escrita tanto en español como en lengua indígena en caso de hablarla. • Identifica las ideas clave en un texto o discurso oral e infiere conclusiones a partir de ellas. • Se comunica en inglés con fluidez y naturalidad.
Habilidades socioemocionales y proyecto de vida	• Es autoconsciente y determinado, cultiva relaciones interpersonales sanas, maneja sus emociones, tiene capacidad de afrontar la diversidad y actuar con efectividad y reconoce la necesidad de solicitar apoyo.

	• Fija metas y busca aprovechar al máximo sus opciones y recursos. • Toma decisiones que le generan bienestar presente, oportunidades y sabe lidiar con riesgos futuros.
Habilidades digitales	• Utiliza adecuadamente las tecnologías de la información y la comunicación para investigar, resolver problemas, producir materiales y expresar ideas. • Aprovecha estas tecnologías para desarrollar ideas e innovaciones.
Colaboración y trabajo en equipo	• Trabaja en equipo de manera constructiva, participativa y responsable, propone alternativas para actuar y solucionar problemas. • Asume una actitud constructiva.

2. DATOS DE IDENTIFICACIÓN DE LA ASIGNATURA

La asignatura de Cálculo Integral se encuentra dentro del campo disciplinar de Matemáticas, se imparte en el quinto semestre de la opción educativa Autoplaneada; de conformidad con el Acuerdo Secretarial 27/10/21, publicado en el Diario Oficial de la Federación el 12 de octubre de 2021.

1er. Semestre	2o. semestre	3er. semestre	4o. semestre	5o. semestre	6o. semestre
Álgebra 2 h MD 4 h EI	**Geometría y trigonometría** 2 h MD 4 h EI	**Geometría analítica** 2 h MD 4 h EI	**Cálculo diferencial** 2 h MD 4 h EI	**Cálculo integral** 2 h MD 4 h EI	**Probabilidad y estadística** 2 h MD 4 h EI
Inglés I 1 h MD 3 h EI	**Inglés II** 1 h MD 3h EI	**Inglés III** 1 h MD 3 h EI	**Inglés IV** 1 h MD 3 h EI	**Inglés V** 2 h MD 4 h EI	**Temas de filosofía** 2 h MD 4 h EI
Química I 2 h MD 4 h EI	**Química II** 2 h MD 4 h EI	**Biología** 2 h MD 4 h EI	**Física I** 2 h MD 4 h EI	**Física II** 2 h MD 4 h EI	**Asignatura del área disciplinar extendida a elegir** (1-12)***** 2 h MD 4 h EI
Tecnologías de la información y la comunicación 1 h MD 3 h EI	**Lectura, expresión oral y escrita II** 2 h MD 4 h EI	**Ética** 2 h MD 4 h EI	**Ecología** 2 h MD 4 h EI	**Ciencia, tecnología, sociedad y valores** 2 h MD 4 h EI	**Asignatura del área disciplinar extendida a elegir** (1-12)***** 2 h MD 4 h EI
Lógica 2 h MD 4 h EI	**Módulo I** 6 h MD 15 h EI	**Módulo II** 6 h MD 15 h EI	**Módulo III** 6 h MD 15 h EI	**Módulo IV** 5 h MD 11 h EI	**Módulo V** 5 h MD 11 h EI
Lectura, expresión oral y escrita I 2 h MD 4 h EI					

Componente de formación disciplinar básica	Componente de formación disciplinar extendida	Componente de formación profesional

Área disciplinar extendida			
Físico-Matemática	**Económico-Administrativa**	**Químico-Biológica**	**Humanidades y Ciencias sociales**
1. Temas de Física 2. Dibujo técnico 3. Matemáticas aplicadas	4. Temas de Administración 5. Introducción a la Economía 6. Introducción al Derecho	7. Introducción a la Bioquímica 8. Temas de Biología contemporánea 9. Temas de Ciencias de la salud	10. Temas de Ciencias sociales 11. Literatura 12. Historia

Nota: Horas a la semana de mediación docente (MD), horas a la semana de estudio independiente (EI). 16 semanas al semestre.

3. PROPÓSITO FORMATIVO DEL CAMPO DISCIPLINAR DE MATEMÁTICAS

Las competencias disciplinares básicas de Matemáticas buscan propiciar el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico y crítico entre los estudiantes. Un estudiante que cuente con las competencias disciplinares de matemáticas puede argumentar y estructurar mejor sus ideas y razonamientos.

Las competencias reconocen que a la solución de cada tipo de problema matemático corresponden diferentes conocimientos y habilidades, y el despliegue de diferentes valores y actitudes. Por ello, los estudiantes deben poder razonar matemáticamente, y no simplemente responder ciertos tipos de problemas mediante la repetición de procedimientos establecidos. Esto implica el que puedan hacer las aplicaciones de esta disciplina más allá del salón de clases.

4. PROPÓSITO DE LA ASIGNATURA

Que el estudiante aprenda a identificar, utilizar y comprender los sistemas de representación de la acumulación del cambio continuo y del cambio discreto con fines predictivos y de modelación. Por lo tanto, se establecen los Aprendizajes Clave que coadyuvarán al alcanzar el propósito antes mencionado y se muestran a continuación:

Aprendizajes clave de la asignatura

Eje	Componentes	Contenidos centrales
Pensamiento y lenguaje variacional.	Cambio y acumulación: Elementos del Cálculo integral.	Aproximación y cálculo del “área bajo la curva” por métodos elementales (método de los rectángulos y métodos de los trapecios).
		Antiderivada de funciones elementales (algebraicas y trascendentes).
		Tratamiento analítico de las integrales definida e indefinida. Uso intuitivo de los procesos infinitos y las situaciones límite aplicados a problemas de las ciencias naturales, exactas y sociales.

5. CUADRO DE CONTENIDOS

Eje	Componente	Contenido Central	Contenidos específicos	Aprendizajes esperados	Evidencia y/o Producto esperados	Evaluación
Pensamiento y lenguaje variacional.	Cambio y acumulación: elementos del Cálculo integral.	Aproximación y cálculo del área bajo la curva por métodos elementales (Método de los rectángulos y método de los trapecios).	La gráfica como descripción del cambio. ¿Cómo interpreto gráficamente el crecimiento lineal? ¿Qué caracteriza al crecimiento no lineal?	Aproxima el área bajo una curva mediante rectángulos inscritos, se mide o calcula el área de estos y se estima el valor del área bajo la curva.	Encuentra el área bajo la curva de funciones cuadráticas y cúbicas mediante su tabulación y graficación utilizando el método de los rectángulos.	Autoevaluación Formativa Lista de cotejo
			Aproximación del área bajo curvas conocidas, utilice curvas que representan crecimiento lineal y crecimiento no lineal. Comparación de aproximaciones. ¿Alguna es mejor?, ¿En qué circunstancias?	Compara los resultados de diversas técnicas de aproximación.	Construir aproximaciones a partir de métodos de rectángulos y trapecios de una función dada: y = 0.00015x2 + 120 en un intervalo de [-800,800], (esta función pertenece al área erosionada de una comunidad pegada al Golfo de México llamada Sánchez Magallanes Tabasco, el intervalo está dado en metros).	Coevaluación Formativa Lista de cotejo
			Conjeturar sobre expresiones generales del área bajo la curva (ejemplo el área bajo la gráfica de f (x) = 1 o bajo f (x) = x, así como el área bajo f (x) = x2 , con x entre 0 y 1, o entre 1 y 2, o en	Acota el valor del área bajo la curva, aproximando por exceso y por defecto. Usan ambos métodos de aproximación:	Encuentra el área bajo la curva de funciones cuadráticas y cúbicas mediante su tabulación y graficación utilizando el método de los trapecios.	Heteroevaluación Formativa Escala estimativa

Eje	Componente	Contenido Central	Contenidos específicos	Aprendizajes esperados	Evidencia y/o Producto esperados	Evaluación
			general entre a y b, donde a	rectángulos y trapecios.		
			Interpretación del área según el fenómeno (ej., el área de la función velocidad se interpreta como la distancia recorrida) ¿Por qué las medidas de la acumulación resultan útiles para el tratamiento de diferentes situaciones contextuales?	Calcula el área debajo de curvas conocidas, como gráficas de funciones lineales, cuadráticas y cúbicas entre dos límites de integración.	Analiza las funciones (1) $f(x) = 2x$; (2) $f(x) = x^2$ ¿Cuáles son lineales?, ¿Cuál no es lineal? ¿Cómo se calcula el área que se localiza bajo la línea de la función 1 entre x= 0 y x= 3, ¿Cómo se calcula el área debajo de la línea de la función 2 en el intervalo [0,3] ¿De qué tamaño es el intervalo [¨1,3]	Heteroevaluación Formativa Lista de cotejo
				Interpreta por extensión o generalización, el área bajo la curva de gráficas de funciones trigonométricas básicas (seno y coseno).	Interpreta las gráficas de funciones trigonométricas básicas para obtener el área bajo la curva.	Heteroevaluación Sumativa Lista de cotejo
Pensamiento y lenguaje variacional.	Cambio y acumulación: elementos del Cálculo integral.	Antiderivada de las funciones elementales (algebraicas y trascendentes).	Técnicas para obtener la antiderivada. ¿Qué significa integrar una función?, ¿podrías imaginar el llenado y vaciado de un recipiente en términos de la integración? ¿Qué patrones reconoces para la integral de x, x2, x3, ...?	Encuentra la antiderivada de funciones elementales (polinomiales).	Encuentra la Antiderivada de funciones elementales mediante integración inmediata realizando un formulario de integración.	Autoevaluación/Heteroevaluación Formativa Escala estimativa Lista de cotejo
				Reconoce el significado de la integral definida con el área bajo la curva.	Elaboración de un Mapa mental acerca de la Integral definida, donde se coloquen elementos principales,	Coevaluación Formativa Lista de cotejo

Eje	Componente	Contenido Central	Contenidos específicos	Aprendizajes esperados	Evidencia y/o Producto esperados	Evaluación
			Ejemplos de la cinemática y su interpretación contextual. ¿Qué es integrar en ese contexto de la física? ¿Integrar la función velocidad, integrar la función aceleración? Construcción de tablas de integración. ¿Reconoces patrones básicos?	Descubre relaciones inversas entre derivación e integración: "Si de una función se obtiene su derivada, qué obtengo si de esa derivada encuentro su antiderivada".	sus características y cuando se aplica. Encuentra la Antiderivada de funciones elementales mediante integración inmediata realizando un formulario de integración.	Heteroevaluación Formativa Escala estimativa
			¿Qué tipo de procesos se precisan para tratar con la acumulación y su medida, propiedades, relaciones y representaciones?	Interpreta por extensión o generalización la integral indefinida de funciones polinomiales y trigonométricas básicas (seno y coseno).	Obtiene la antiderivada de funciones polinominales y trigonométricas básicas. Realización de un resumen de la Integral Indefinida, sus características y cuando se aplica.	Heteroevaluación Sumativa Escala estimativa Lista de cotejo
Pensamiento y lenguaje variacional.	Cambio y acumulación: elementos del Cálculo integral.	Tratamiento analítico de las integrales definida e indefinida y uso intuitivo de los procesos infinitos y las situaciones límite	Técnicas para obtener la antiderivada. ¿Qué significa integrar una función?, ¿podrías imaginar el llenado y vaciado de un recipiente en términos de la integración? ¿Qué patrones reconoces para la integral de x, x2, x3, ...?	Utiliza técnicas para la antiderivación de funciones conocidas. Obtienen la integral indefinida de una función dada. Visualizan la relación entre área e integral definida.	Resolución de antiderivadas de funciones definidas aplicadas al contexto, a la física, biología, etc. Utilizando técnicas de: Integración Inmediata, por partes, sustitución trigonométrica. Modelación de funciones definidas aplicadas al contexto y	Autoevaluación Formativa Lista de Cotejo Heteroevaluación Formativa Rúbrica

Eje	Componente	Contenido Central	Contenidos específicos	Aprendizajes esperados	Evidencia y/o Producto esperados	Evaluación
			Ejemplos de la cinemática y su interpretación contextual. ¿Qué es integrar en este contexto de la física? ¿Integrar la función velocidad, integrar la función aceleración?		resolución mediante Sumas de Riemann y Teorema Fundamental del Cálculo.	
			Construcción de tablas de integración.	Calculan la antiderivada de funciones trigonométricas básicas.	Obtiene antiderivadas de funciones trigonométricas aplicadas al contexto, por ejemplo; ondas eléctricas, ondas de radio etc.	Coevaluación Formativa Lista de Cotejo
			¿Reconoces patrones básicos? ¿Qué tipo de procesos se precisan para tratar con la acumulación y su medida, propiedades, relaciones y representaciones?	Utilizan sucesiones y límites para obtener integrales definidas	Modelación de funciones definidas aplicadas al contexto y resolución mediante Sumas de Riemann y Teorema Fundamental del Cálculo.	Heteroevaluación Sumativa Rúbrica

6. DOSIFICACIÓN DEL PROGRAMA DE ESTUDIO

Eje	Componente	Contenido Central	Contenidos específicos	Competen-cias Genéricas	Atributos	Competencia Disciplinar	Media-ción Docen te	Aprendizajes esperados	Evidencia y/o Producto esperados	Estu-dio Indep. 70%	%	Evaluación
Pensamiento y lenguaje variacional.	Cambio y acumulación: elementos del Cálculo integral.	Aproximación y cálculo del área bajo la curva por métodos elementales (Método de los rectángulos y método de los trapecios).	* La gráfica como descripción del cambio. ¿Cómo interpreto gráficamente el crecimiento lineal? ¿Qué caracteriza al crecimiento no lineal? * Aproximación del área bajo curvas conocidas, utilice curvas que representan crecimiento lineal y crecimiento no lineal. * Comparación de aproximaciones. ¿Alguna es mejor?, ¿en qué circunstancias? * Conjeturar sobre expresiones generales del área bajo la curva (ejemplo el área bajo la gráfica de f (x) = 1 o bajo f (x) = x, así como el área bajo f (x) = x2 , con x entre 0 y 1, o entre 1 y 2, o en general entre a y b, donde a<b.	**1.** Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue. **7.** Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida. **8.** Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.	**1.1** Enfrenta las dificultades que se le presentan y es consciente de sus valores, fortalezas y debilidades. **1.2** Identifica sus emociones, las maneja de manera constructiva y reconoce la necesidad de solicitar apoyo ante una situación que lo rebase. **1.4** Analiza críticamente los factores que influyen en su toma de decisiones. **7.1** Identifica las actividades que le resultan de menor y mayor interés y dificultad, reconociendo y controlando sus reacciones frente a retos y obstáculos. **8.1** Propone maneras de solucionar un problema o	**M1.** Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimien-tos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales. **M4.** Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación. **M6**. Cuantifica, representa y contrasta experimental	2 hrs.	Aproxima el área bajo una curva mediante rectángulos inscritos, se mide o calcula el área de estos y se estima el valor del área bajo la curva.	Encuentra el área bajo la curva de funciones cuadráticas y cúbicas mediante su tabulación y graficación utilizando el método de los rectángulos.	4 hrs.	5%	Autoevalua-ción Formativa Lista de cotejo
							2 hrs.	Compara los resultados de diversas técnicas de aproximación.	Construir aproximaciones a partir de métodos de rectángulos y trapecios de una función dada: $y = 0.00015x^2 + 120$ en un intervalo de [-800,800], (Esta función pertenece al área erosionada de una comunidad pegada al Golfo de México llamada Sánchez Magallanes Tabasco, el intervalo está dado en metros).	4 hrs.	5%	Coevalua-ción Formativa Lista de cotejo
							2 hrs.	Acota el valor del área bajo la curva, aproximando por exceso y por defecto. Usa ambos métodos de aproximación:	Encuentra el área bajo la curva de funciones cuadráticas y cúbicas mediante su tabulación y graficación utilizando el método de los trapecios.	4 hrs.	5%	Heteroeva-luación Formativa Escala estimativa

Eje	Componente	Contenido Central	Contenidos específicos	Competen-cias Genéricas	Atributos	Competencia Disciplinar	Media-ción Docente	Aprendizajes esperados	Evidencia y/o Producto esperados	Estu-dio Indep. 70%	%	Evaluación
			Usa el reconocimiento de patrones. * Interpretación del área según el fenómeno (ejemplo, el área de la función velocidad se interpreta como la distancia recorrida) ¿Por qué las medidas de la acumulación resultan útiles para el tratamiento de diferentes situaciones contextuales?		desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos. **8.2** Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva. **8.3** Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.	o matemática-mente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean. **M8.** Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.	1 hr. 1 hr.	rectángulos y trapecios. Calcula el área debajo de curvas conocidas, como gráficas de funciones lineales, cuadráticas y cúbicas entre dos límites de integración. Interpreta por extensión o generalización, el área bajo la curva de gráficas de funciones trigonométricas básicas (seno y coseno).	Analiza las funciones (1) $f(x) = 2x$; (2) $f(x) = x^2$ ¿Cuáles son lineales?, ¿Cuál no es lineal? ¿Cómo se calcula el área que se localiza bajo la línea de la función 1 entre $x= 0$ y $x= 3$, ¿Cómo se calcula el área debajo de la línea de la función 2 en el intervalo [0,3] ¿De qué tamaño es el intervalo [¨1,3] Interpreta las gráficas de funciones trigonométricas básicas para obtener el área bajo la curva.	2 hrs. 2 hrs.	5% 5%	Heteroeva-luación Formativa Lista de cotejo Heteroeva-luación Sumativa Lista de cotejo
Pensamiento y lenguaje variacional.	Cambio y acumulación: elementos del Cálculo integral.	Antiderivada de las funciones elementales (algebraicas y trascendentes) .	Técnicas para obtener la antiderivada. ¿Qué significa integrar una función?, ¿podrías imaginar el llenado y vaciado	**2.** Es sensible al arte y participa en la apreciación e interpretación de sus expresiones	**2.1** Valora el arte como manifestación de belleza y expresión de ideas sensaciones y emociones.	**M1.** Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos,	3 hrs.	Encuentra la antiderivada de funciones elementales (polinomiales).	Encuentra la Antiderivada de funciones elementales mediante integración inmediata realizando un formulario de integración.	6 hrs.	10%	Autoevalua-ción/Hetero evaluación Formativa Escala estimativa Lista de cotejo

Eje	Componente	Contenido Central	Contenidos específicos	Competencias Genéricas	Atributos	Competencia Disciplinar	Media-ción Docente	Aprendizajes esperados	Evidencia y/o Producto esperados	Estudio Indep. 70%	%	Evaluación
			de un recipiente en términos de la integración? ¿Qué patrones reconoces para la integral de x, x2, x3, …? Ejemplos de la cinemática y su interpretación contextual. ¿Qué es integrar en ese contexto de la física? ¿Integrar la función velocidad, integrar la función aceleración? Construcción de tablas de integración. ¿Reconoces patrones básicos? ¿Qué tipo de procesos se precisan para tratar con la acumulación y su medida, propiedades, relaciones y representaciones?	en distintos géneros. **4.** Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados. **5.** Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. **8.** Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.	**4.1** Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas. **4.5** Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para obtener información y expresar ideas. **5.1** Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo. **5.3** Identifica los sistemas y reglas o principios medulares que subyacen a una serie de fenómenos.	geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales. **M4.** Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación. **M6.** Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.	2 hrs.	Reconoce el significado de la integral definida con el área bajo la curva.	Elaboración de un Mapa mental acerca de la Integral definida, donde se coloquen elementos principales, sus características y cuando se aplica.	4 hrs.	6%	Coevaluación Formativa Lista de cotejo
							4 hrs.	Descubre relaciones inversas entre derivación e integración: “Si de una función se obtiene su derivada, qué obtengo si de esa derivada encuentro su antiderivada”.	Encuentra la Antiderivada de funciones elementales mediante integración inmediata realizando un formulario de integración.	8 hrs .	12%	Heteroevaluación Formativa Escala estimativa
							3 hrs.	Interpretar por extensión o generalización la integral indefinida de funciones polinomiales y trigonométricas básicas (seno y coseno).	Obtiene antiderivada de funciones polinominales y trigonométricas básicas.	6 hrs.	10%	Heteroevaluación Sumativa Escala estimativa Lista de cotejo

Eje	Componente	Contenido Central	Contenidos específicos	Competencias Genéricas	Atributos	Competencia Disciplinar	Media-ción Docente	Aprendizajes esperados	Evidencia y/o Producto esperados	Estu-dio Indep. 70%	%	Evaluación
Pensamiento y lenguaje variacional.	Cambio y acumulación: elementos del Cálculo integral.	Tratamiento analítico de las integrales definida e indefinida y uso intuitivo de los procesos infinitos y las situaciones límite.	Técnicas para obtener la antiderivada. ¿Qué significa integrar una función?, ¿podrías imaginar el llenado y vaciado de un recipiente en términos de la integración? ¿Qué patrones reconoces para la integral de x, x2, x3, ...?	**4.** Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramien-tas apropiados.	**4.1** Expresa ideas y conceptos mediante representacio-nes lingüísticas, matemáticas o gráficas. **4.5** Maneja las tecnologías de la información y la comunica-ción para obtener información y expresar ideas.	**M1.** Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimien-tos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.	2 hrs.	Utiliza técnicas para la antiderivación de funciones conocidas. · Obtiene la integral indefinida de una función dada.	Resolución de antiderivadas de funciones definidas aplicadas al contexto, a la física, biología, etc. Utilizando técnicas de: Integración Inmediata, por partes, sustitución trigonométrica.	4 hrs.	6%	Autoeva-luación Formativa Lista de Cotejo
			Ejemplos de la cinemática y su interpretación contextual. ¿Qué es integrar en este contexto de la física? ¿Integrar la función velocidad, integrar la función aceleración?	**5.** Desarrolla innovacio-nes y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. Atributos: 8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.	**5.1** Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.	**M4.** Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación.	4 hrs.	Visualiza la relación entre área e integral definida.	Modelación de funciones definidas aplicadas al contexto y resolución mediante Sumas de Riemann y Teorema Fundamental del Cálculo.	8 hrs.	13%	Heteroeva-luación Formativa Rúbrica
			Construcción de tablas de integración. ¿Reconoces patrones básicos?		**5.3** Identifica los sistemas y reglas o principios medulares que subyacen a una serie de fenómenos.		2 hrs.	Calcula la antiderivada de funciones trigonométricas básicas.	Obtiene antiderivadas de funciones trigonométricas aplicadas al contexto, por ejemplo; ondas eléctricas, ondas de radio etc.	4hrs.	6%	Coevalua-ción Formativa Lista de Cotejo
			¿Qué tipo de procesos se precisan para tratar con la acumulación y		**5.4** Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez. 8.1	**M6.** Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemática-mente las	4 hrs.	Utiliza sucesiones y límites para obtener integrales definidas	Modelación de funciones definidas aplicadas al contexto y resolución mediante Sumas de Riemann y Teorema Fundamental del Cálculo.	8hrs.	12%	Heteroeva-luación Sumativa Rúbrica

Eje	Componente	Contenido Central	Contenidos específicos	Competen-cias Genéricas	Atributos	Competencia Disciplinar	Media -ción Docen te	Aprendizajes esperados	Evidencia y/o Producto esperados	Estu-dio Indep. 70%	%	Evaluació n
			su medida, propiedades, relaciones y representacio-nes?		Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos. **8.3** Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.	magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.						

7. TRANSVERSALIDAD

La transversalidad hace referencia a las conexiones o puntos de encuentro entre lo disciplinario y lo formativo, lograr "el todo" del aprendizaje. Busca mirar toda la experiencia escolar como una oportunidad para que los aprendizajes integren las dimensiones cognoscitivas y formativas de estos. Asimismo, es un enfoque dirigido al mejoramiento de la calidad educativa, a asegurar la equidad de la educación. Se vincula básicamente con una nueva manera de ver la realidad y vivir las relaciones sociales desde una visión sistémica o de totalidad, aportando a la superación de la fragmentación de las áreas de conocimiento, a la adquisición de valores y formación de actitudes, a la expresión de sentimientos, maneras de entender el mundo y a las relaciones sociales en un contexto específico.

Desde esta visión, al incorporar la transversalidad al currículo se busca aportar a la formación integral de las personas en los dominios cognitivo, actitudinal, valórico y social; es decir, en los ámbitos del saber, del hacer, del ser y del convivir, a través de los procesos educativos; de manera tal, que los estudiantes sean capaces de responder de manera crítica a los desafíos históricos, sociales y culturales de la sociedad en la que se encuentran inmersos y adquirir un compromiso activo con el desarrollo social, económico y democrático.

La transversalidad favorece en los estudiantes la formación de un conjunto de capacidades y competencias que les permiten desarrollar una serie de disposiciones personales y sociales (referidas al desarrollo personal, autoestima, solidaridad, trabajo en equipo, autocontrol, integridad, capacidad de emprender y responsabilidad individual, entre otras); habilidades cognitivas (capacidades de abstracción, de pensar en sistemas, de aprender, de innovar y crear); deben contribuir significativamente al proceso de crecimiento y autoafirmación personal; a orientar la forma en que la persona se relaciona con otros seres humanos y con el mundo; a fortalecer y afianzar la formación ético-valorativa y al desarrollo del pensamiento creativo y crítico.

Así, la Educación Integral es aquella que prepara al individuo en tres ámbitos: científico, tecnológico y humano, con una escala de valores bien definida, lográndose esto último con lo que aporta la transversalidad. Esto significa que son contenidos que no necesariamente tienen que conformar una asignatura en particular ni recibir un tratamiento especial dentro del currículo, sino que deben abordarse en todas las áreas que lo integran y en toda situación concreta de aprendizaje. Es necesario que los estudiantes, además de recibir conocimientos sobre diferentes tópicos de Inglés, Física II, Ciencia Tecnología Sociedad y Valores entre otras disciplinas, adquieran elementos que los preparen para la vida y para desenvolverse como futuros ciudadanos responsables, como agentes de cambio y capaces de contribuir a transformar el medio en el que les tocará vivir.

Ejemplo de transversalidad con asignaturas del mismo semestre [1]

Campo disciplinar	Humanidades	Ciencias experimentales
Asignatura	C.T.S. y V.	Física II
Contenido central	El trabajo colaborativo en el aula como base para la integración de la comunidad. El análisis de algunos componentes de la sociedad actual: desigualdad, desarrollo sustentable, medio ambiente.	La energía como parte fundamental del funcionamiento de máquinas.
Contenido específico	Las ciencias sociales y su campo de estudio. Métodos de investigación. Estratificación socioeconómica y desigualdad. Medio ambiente.	Tipos de energía. La energía: sus transformaciones y conservación. La importancia del uso responsable de la energía para el cuidado del medio ambiente.
Aprendizajes esperados	Distingue las particularidades de las ciencias naturales, formales, sociales y los puntos de encuentro de estas ramas del conocimiento. Identifica los principales problemas ambientales y reconoce la importancia de la sustentabilidad.	Distingue diferentes transformaciones de energía. Interpreta al calor como una forma de transferencia de energía. Reconoce el papel de la energía para el funcionamiento del cuerpo humano. Prueba la necesidad de transferencia de energía para producir cambios de fase.
Productos esperados	Realizar una investigación en equipos sobre la segunda ley de enfriamiento y las propiedades físicas del café (materia con que se está aplicando el ejercicio). Los estudiantes buscarán información en relación con el crecimiento demográfico, la disponibilidad de los recursos del medio ambiente y la conexión con la alteración de la temperatura del ambiente en su comunidad. Como producto final se elabora una presentación o tríptico que aborde temas de conciencia sobre la importancia de la sustentabilidad.	Reporte de práctica con explicaciones cualitativas y cuantitativas de los efectos de la segunda ley de enfriamiento de una cantidad determinada de café o con otros líquidos y sólidos. Por parejas o de manera individual realizar una infografía en la que se muestren las variables que intervienen en el proceso de enfriamiento del café respecto a un determinado tiempo. Discusión en plenaria sobre la importancia de la sustentabilidad para contrarrestar los efectos del cambio drástico de la temperatura en el medio ambiente, haciendo uso de artículos, videos, películas, revistas o diversas fuentes de información. Reflexión escrita sobre la importancia del uso responsable de la energía, las dificultades para su obtención y transformación.

Programa de Estudios del Componente Básico del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior. Campo Disciplinar: Matemáticas, Bachillerato Tecnológico, Asignatura: Cálculo Integral. https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/curriculoems/programas-de-estudio

8. ORIENTACIONES ANDRAGÓGICAS

El aprendizaje significativo se realiza teniendo en cuenta situaciones problemáticas del entorno físico, social y laboral del estudiante, relacionándolo con el mundo circundante, de manera que se prepare y aprenda para aplicar lo aprendido en otros ámbitos.

Las evidencias del aprendizaje están orientadas hacia la elaboración de proyectos mediante el trabajo interdisciplinario, que contribuyan a mejorar el medio ambiente físico y social que los rodea.

- Emplear el pensamiento lógico y matemático, así como los métodos de las ciencias para analizar y cuestionar críticamente fenómenos diversos. Desarrollar argumentos, evaluar objetivos, resolver problemas, elaborar y justificar conclusiones y desarrollar innovaciones. Asimismo, adaptarse a entornos cambiantes.
- Enfocar la acción educativa en la atención del estudiante conforme a sus características cognitivas, físicas, sociales, emocionales y contextuales, adaptando los propósitos, aprendizajes, contenidos, recursos, métodos, estrategias, actividades y tareas a la medida de los educandos. Es una forma de desarrollar al máximo todas las potencialidades del individuo y que aprendan a aprender, a ser, a hacer y a convivir.
- Orientar el proceso de aprendizaje hacia quien aprende, el estudiante es el centro del proceso, por lo tanto, sus motivaciones e intereses deben ser tomados en cuenta.
- Considerar los aprendizajes previos del estudiante para la adquisición de nuevos, aplicando evaluaciones diagnósticas, para conocer el nivel de logro y áreas de oportunidad.
- Preparar estrategias de reforzamiento o nivelación para que los estudiantes cuenten con los aprendizajes esenciales, considerando en todo momento sus características, el contexto y el tiempo disponible.
- Planear actividades que generen en los estudiantes interés para relacionar sustancialmente y no arbitrariamente el nuevo aprendizaje con su estructura cognitiva.
- Vincular el aprendizaje adquirido de los componentes disciplinares básico y extendido con el profesional.
- Involucrar en el proceso de enseñanza aprendizaje al docente y hacer partícipe a los estudiantes en las actividades y tareas planeadas.
- Favorecer el desarrollo de habilidades socioemocionales como elemento fundamental para el aprendizaje.
- Reconocer la naturaleza social del conocimiento, fortaleciendo al estudiante en el aula y en el estudio independiente, mediante la cooperación entre los pares para la realización de las actividades y tareas escolares, potenciando la comunicación horizontal entre ellos y su participación; aun cuando se trate de actividades y tareas realizadas con uso de las Tecnologías de la Información, Comunicación, Conocimiento y Aprendizaje Digitales (TICCAD).
- Diseñar situaciones didácticas que propicien el aprendizaje situado. Un elemento importante para su implementación es el trabajo colaborativo, estrategia poderosa en la cual el estudiante participa de manera productiva y activa en la construcción del conocimiento.

- Entender la evaluación como un proceso continuo y permanente, fundamental para identificar las fortalezas y las áreas de oportunidad que tienen los estudiantes y los propios docentes durante el proceso de enseñanza aprendizaje.
- Utilizar estrategias e instrumentos de evaluación para la obtención de información que permita la toma de decisiones en el proceso educativo y, en consecuencia, apoyar e implementar estrategias para el logro de los aprendizajes y la mejora del proceso enseñanza-aprendizaje.
- Reconocer y valorar el aprendizaje informal adquirido en los sitios de inserción laboral del estudiante.
- Crear redes de contacto entre docentes y estudiantes, entre los pares y conformar comunidades de aprendizaje, que den la capacidad de acceder a contenidos e información de cualquier índole. En este sentido, los estudiantes incrementan su conocimiento a partir de lo que le proporciona la escuela, y con lo que adquiere fuera del contexto escolar, que le sirve para incrementar su conocimiento y por ende su aprendizaje.
- Promover la interdisciplinariedad para el abordaje andragógico de los contenidos y lograr los propósitos planteados en este plan de estudios; se requiere la participación de todas las áreas del conocimiento, donde se interrelacionan los contenidos, habilidades, métodos y otros componentes didácticos. La interdisciplinariedad promueve el trabajo colegiado de los docentes para tratar junto con los estudiantes una situación, problema u objeto de aprendizaje desde diferentes aristas. Por consiguiente, se favorece el aprendizaje integral y el desarrollo del conocimiento que va más allá de una disciplina.
- Implementar estrategias de enseñanza aprendizaje con enfoque de inclusión, equidad y atención a la diversidad en donde el estudiante observe, indague, descubra, investigue, explique causas, analice, reflexione, formule hipótesis, comprenda, experimente, sea creativo, innove y sea un sujeto activo en las actividades y tareas, para que los aprendizajes adquiridos se solidifiquen y se hagan significativos.
- Garantizar la igualdad de oportunidades para los estudiantes, esto no quiere decir lo mismo para todos, sino que tenga cada estudiante la oportunidad de adquirir y ampliar sus conocimientos conforme a sus características y circunstancias actuales, respeto a las diferencias, atención a la diversidad de todo tipo y a las nuevas necesidades educativas.
- Implementar estrategias de reincorporación de los estudiantes a las actividades académicas, atendiendo a la diversidad de sus contextos, de modo que al regreso a clases los estudiantes necesitarán apoyo y acompañamiento permanente para continuar aprendiendo.
- Vincular con la comunidad inmediata para enriquecer la labor de la escuela, los procesos formativos y revitalizar el lazo social.

9. CONSIDERACIONES PARA LA EVALUACIÓN

La evaluación de los aprendizajes es relevante y pertinente según el sentido con el que se oriente la recopilación y el análisis de evidencias de aprendizaje, lo que permitirá conocer el nivel de logro de aprendizajes y emitir juicios sobre lo que el estudiante aprende o lo que se enseña.

El plan de estudios retoma la conceptualización del Currículo de la EMS, en el cual se concibe a la evaluación como un proceso dinámico, continuo y sistemático que permita determinar el logro de los aprendizajes y lo que se puede hacer para mejorar los resultados; en donde no solo se centra en los conocimientos que el estudiante adquiere sino en la aplicación de estos; es decir, lo que el alumno sabe hacer con lo aprendido.

La evaluación contempla tres elementos primordiales:

1. Las actividades de aprendizaje que se desarrollan a lo largo del estudio independiente favorecerán que el estudiante asuma la responsabilidad de su propio aprendizaje, tomando en consideración la construcción de su conocimiento y la formación de sus habilidades, ampliando su horizonte de aprendizaje y de acceso para promover el desarrollo de sus competencias. El número de actividades podrá variar, dependiendo del número de semanas en el que se desarrolle cada asignatura y módulo.

   Estas actividades serán autoevaluadas por el estudiante y heteroevaluadas por el docente. Son parte de la evaluación formativa.

2. Las actividades integradoras constituyen la evidencia de aprendizaje donde un estudiante identifica sus conocimientos previos, comprende, aplica, analiza, reflexiona y evalúa su aprendizaje en el desarrollo de las actividades presenciales; se refiere a las actividades que se realizarán en los módulos del componente de formación disciplinar básico, en el que se considerarán todas las actividades/productos que se realicen en el aula y que el docente considere en su planeación didáctica de cada semana. Son las que se realizan en las sesiones presenciales y como resultado del proceso de estudio independiente. En el caso de los módulos del componente de formación profesional, se alude a las prácticas que se llevan a cabo en los laboratorios, talleres o en los sectores sociales y productivos.

3. La ponderación para las actividades integradoras será determinada por cada docente, en función de su significatividad e importancia para evidenciar el aprendizaje adquirido, tanto en la mediación docente como en el estudio independiente.

Es necesario que el docente que imparte esta opción educativa impulse el proceso de evaluación desde un enfoque formativo que contribuya a la mejora del aprendizaje.

Proceso en el que deberá:

- Tomar decisiones para que realice ajustes a su práctica y se mejore en desempeño el aprendizaje de los estudiantes.
- Considerar que los resultados de una evaluación formativa contribuyen a la mejora de la práctica en los diferentes contextos en donde la realiza.

- Focalizar la evaluación en los aprendizajes, y no en las actividades.
- Realizar un proceso de retroalimentación que proporcione información al docente para que adecue o ajuste su técnica didáctica.
- Reflexionar sobre su práctica, en cómo y qué evalúa, y en cómo y en qué momento retroalimenta los aprendizajes de los estudiantes.

Con base a lo anterior, el docente podrá dar lugar al proceso de autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación de aprendizajes, de acuerdo con las actividades de aprendizaje sugeridas en cada asignatura y/o módulo y la ponderación asignada. Asimismo, podrá seleccionar y diseñar el instrumento de evaluación que estime pertinente de acuerdo con el nivel de logro de los aprendizajes de los estudiantes y a las características de su contexto.

Ejemplo de actividad/producto del proceso de evaluación.

Tipos e Instrumentos de Evaluación

Actividad o producto	Tipo de evaluación		Instrumento de evaluación
Actividades de aprendizaje	Autoevaluación	Formativa	Escala de estimación
Actividades integradoras (Presenciales)	Heteroevaluación *Coevaluación	Sumativa Formativa	**Rúbrica **Lista de cotejo
Proyecto integrador	Heteroevaluación *Coevaluación	Sumativa Formativa	Rúbrica

*La coevaluación podrá aplicarse en el caso de las actividades que se lleven a cabo en equipos, por ejemplo, en el caso de las prácticas, exposiciones, trabajos en equipo, etcétera.
** Este instrumento es elaborado por el docente facilitador, con base en la planificación de actividades para las sesiones presenciales.

El docente, deberá promover la evaluación formativa y deberá impulsar un proceso de retroalimentación que permita al estudiante identificar las cualidades y fortalezas de su desempeño en la actividad de aprendizaje, en relación con los criterios que haya establecido para el logro de los aprendizajes.

Sadler (1989), citado por Shepart (2006) señala que es insuficiente que los maestros simplemente den una retroalimentación respecto de si las respuestas son correctas o incorrectas. En vez de ello, para facilitar el aprendizaje, es igualmente importante que la retroalimentación esté vinculada explícitamente a criterios claros de desempeño y que se proporcione a los estudiantes estrategias de mejoramiento (p. 19).

En correspondencia con lo que precisa el autor, la retroalimentación que realice el docente deberá realizarse durante todo el proceso de aprendizaje, y no al final, cuando ya se concluyó la Unidad/Asignatura o Módulo/Semestre.

Es importante que los docentes que impartan cada asignatura y/o submódulo sean capaces de analizar e identificar el nivel de logro de aprendizaje a partir de la construcción del trabajo del estudiante, por lo que el proceso de retroalimentación debe ser personalizado, recuperando los saberes de cada uno.

El proceso de retroalimentación en el proceso de la evaluación formativa constituye un elemento importante y efectivo para mejorar la experiencia educativa.

Ejemplo

Evidencias	Campo de aplicación	Tipo de Evaluación		Instrumentos	Porcentajes
3 exámenes parciales	Aula	Heteroevaluación	Sumativa	Examen	30%
Tareas, investigaciones, exposiciones, ensayos, portafolio de evidencias, resolución de problemas, proyecto…	Aula física o virtual	Coevaluación Autoevaluación Heteroevaluación	Formativa/ Sumativa	Rúbrica, lista de cotejo, entre otros	60%
Participación en clases	Aula	Heteroevaluación Autoevaluación Coevaluación	Formativa	Registro de participación	10%

10. RECURSOS DIGITALES

La innovación digital es un método de acceso al aprendizaje que refuerza la inclusión y mejora en la educación. El aprendizaje digital, permite complementar, enriquecer y transformar la educación (*Aprendizaje Digital y Transformación de la Educación*, 2024).

Es por lo anterior que en medida que las condiciones de los planteles y posibilidades de los alumnos se recomienda incorporar el uso de recursos digitales como los que se sugieren a continuación:

Nombre del recurso	Uso	Liga	Tutorial
Canva (app, página web)	Canva es una web de diseño gráfico y composición de imágenes para la comunicación e interpretación de información.	**Página web** https://www.canva.com/es_419/free/ **App móvil** (Android) https://www.canva.com/es_mx/descargar/android/ **(iOS)** https://apps.apple.com/es/app/canva-dise%C3%B1o-foto-y-	El Tío Tech. (2021, 20 octubre). *Aprende CANVA desde CERO con este Curso Completo 2023* [Video]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=3kbQDGwWfH8

		v%C3%ADdeo/id897446215	
Geogebra (Página web, app)	GeoGebra permite utilizar un graficador para verificar el resultados.	**Página web** https://www.geogebra.org/?lang=es **App móvil** Aplicación GeoGebra gratuita para iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook y Linux https://www.geogebra.org/download	Asesor Virtual – Mtro. Ricardo. (2022, 28 octubre). *GeoGebra – Tutorial básico 2023* [Vídeo]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=dak27u84W94
Genially (Página web)	Genially es una página que permite la creación de presentaciones, animaciones, página web, contenido multimedia.	**Página web** https://genial.ly/es/	Genially. (2024, 30 enero). *Cómo usar Genially: primeros pasos* [Video]. Youtube. https://www.youtube.com/watch?v=adifpx44eh4
Microsoft Excel (Paquetería)	Excel nos permite formatear, organizar y calcular datos en una hoja de cálculo. De esta manera, los analistas de datos y otros usuarios pueden hacer que la información sea más fácil de ver a medida que se agregan o modifican los datos.	Paquetería de la familia de Microsoft Office	A2 Capacitación: Excel. (2023, 04 julio). *¿Qué es Excel? – Aprende lo básico* [Video]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=jmAUii6Htog
Photomath (App móvil)	Photomath es una calculadora, que permite editar y escanear problemas, y obtener sus soluciones.	**App móvil** https://photomath.com/	LA TECNOLOGÍA. (2022, 20 marzo). *Cómo utilizar photomath* [Video]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=UL71E7A5C2k

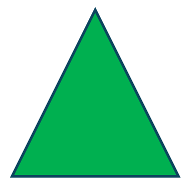
11. SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

Contenido Central: Aproximación y cálculo del área bajo la curva por métodos elementales (Método de los rectángulos y método de los trapecios).	
Aprendizaje Esperado: Aproxima el área bajo una curva mediante rectángulos inscritos, se mide o calcula el área de estos y se estima el valor del área bajo la curva.	**Tema:** Método de los rectángulos
Instrucciones: Realiza la siguiente actividad.	
Ejercicio: Actividad de apertura	

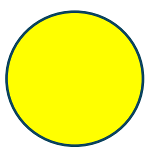
SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

1. Escribe debajo de cada figura, la fórmula para encontrar el área.

A= ________



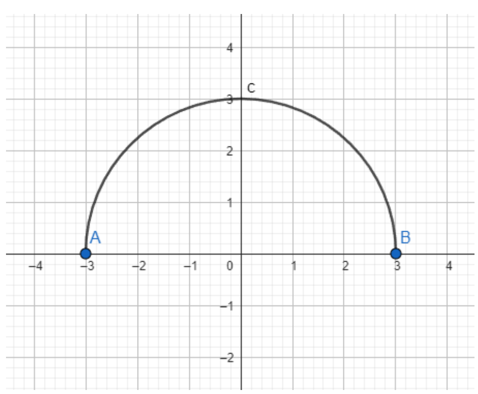
A= ________



A= ________

A= ________

2. Encuentra el área de la figura y describe el procedimiento empleado.

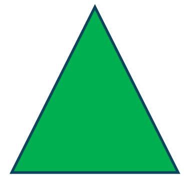


Área aproximada: ________

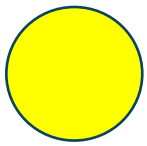
SOLUCIÓN

1. Escribe debajo de cada figura, la fórmula para encontrar el área.

A= bh



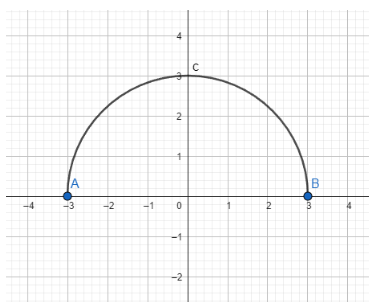
A= $\frac{bh}{2}$



A= πr^2

A= $\frac{(B+b)}{2}h$

2. Encuentra el área de la figura y describe el procedimiento empleado.

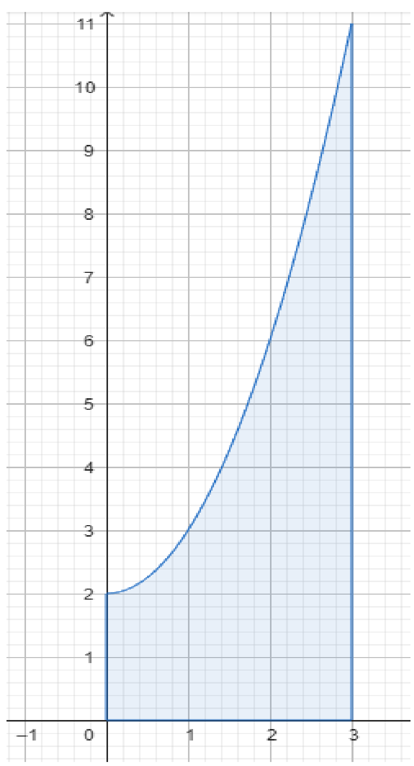


Área aproximada: 9

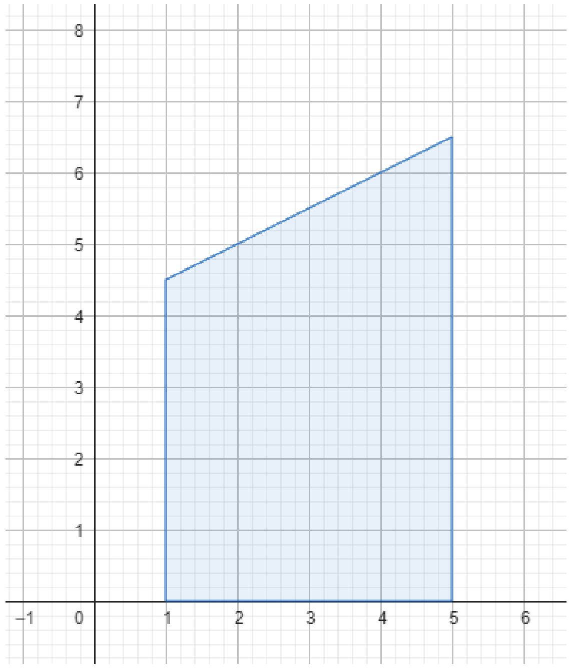
Contenido Central: Aproximación y cálculo del área bajo la curva por métodos elementales (Método de los rectángulos y método de los trapecios).	
Aprendizaje Esperado: Aproxima el área bajo una curva mediante rectángulos inscritos, se mide o calcula el área de estos y se estima el valor del área bajo la curva.	**Tema:** Método de los rectángulos
Instrucciones: Resuelve los siguientes ejercicios.	
Ejercicio: Actividad de cierre	
Nota para iniciar: Retomando la actividad anterior, se puede calcular el área de figuras no regulares o compuestas, descomponiendo la figura original en otras más sencillas. En esta ocasión, utilizaremos el método de los rectángulos, cuya fórmula para determinar el ancho de cada rectángulo es: Ancho del rectángulo $\Delta x = \frac{b-a}{n}$	

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

1. Encuentra el área bajo la curva de f(x)= x^2+2, utilizando el método de rectángulos, empleando 3 rectángulos en el intervalo de 0 a 3.



2. Encuentra el área bajo la curva de f(x)= ½ X+4, utilizando el método de rectángulos, empleando 4 rectángulos en el intervalo de 1 a 5.



SOLUCIÓN

Ejercicio 1.

Paso 1. Calcula el ancho (base) de cada rectángulo.
b=3, **a**=0, **n**=3

Ancho del rectángulo $\Delta \text{x} = \frac{b-a}{n} = \frac{3-(0)}{3} = \frac{3}{3} = 1$

Paso 2. Determina el extremo izquierdo de cada rectángulo.
x=0, 1 y 2

Paso 3. Calcula la altura de cada rectángulo.
$f(x)=x^2+2$
$f(0)= 0^2+2=0+2=2$
$f(1)= 1^2+2=1+2=3$
$f(2)= 2^2+2=4+2=6$

Paso 4. Determina el área de cada rectángulo.
Área del rectángulo: $A = bh$

Rectángulo	Base	Altura	Área
1	1	2	2
2	1	3	3
3	1	6	6

Paso 5. Suma las áreas de los rectángulos.

$A_R \approx A_{R1}+A_{R2}+\ldots A_{Rn}$

$A_R \approx (2+3+6) \approx (12) \approx 12\ u^2$

Ejercicio 2.

Paso 1. Calcula el ancho (base) de cada rectángulo.

b=5, **a**=1, **n**=4

Ancho del rectángulo $\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{5-(1)}{4} = \frac{4}{4} = 1$

Paso 2. Determina el extremo izquierdo de cada rectángulo.

x=1, 2, 3 y 4

Paso 3. Calcula la altura de cada rectángulo.

$f(x)= \frac{1}{2} X+4$
$f(1)= \frac{1}{2}(1)+4= 1/2+4=9/2$
$f(2)= \frac{1}{2}(2)+4= 1+4=5$
$f(3)= \frac{1}{2}(3)+4=3/2+4=11/2$
$f(4)= \frac{1}{2}(4)+4=2+4=6$

Paso 4. Determina el área de cada rectángulo.

Área del rectángulo: $A = bh$

Rectángulo	Base	Altura	Área
1	1	9/2	9/2
2	1	5	5
3	1	11/2	11/2
4	1	6	6

Paso 5. Suma las áreas de los rectángulos.

$A_R \approx A_{R1}+A_{R2}+\ldots A_{Rn}$

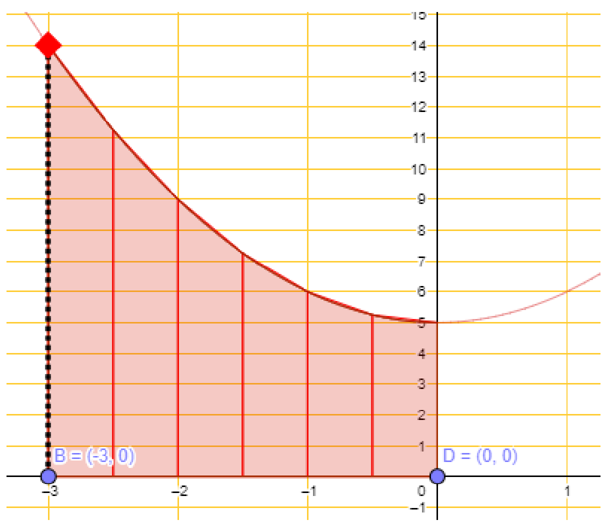
$A_R \approx (9/2+5+11/2+6) \approx (21) \approx 21\ u^2$

Contenido Central: Aproximación y cálculo del área bajo la curva por métodos elementales (Método de los rectángulos y método de los trapecios).	
Aprendizaje Esperado: Acota el valor del área bajo la curva, aproximando por exceso y por defecto. Usa ambos métodos de aproximación: rectángulos y trapecios.	**Tema:** Método de los trapecios.
Instrucciones: Resuelve los siguientes ejercicios.	
Ejercicio: Actividad de cierre	
Nota para iniciar: Al utilizar el método de los trapecios, requerimos de una fórmula para determinar la altura de cada trapecio: Altura del trapecio $\Delta x = \frac{b-a}{n}$	

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

1. Aproxima el área bajo la curva $f(x)=x^2+8$, empleando 4 trapecios en el intervalo de -2 a 2.

2. Utilizando el método de los trapecios, encuentra el área bajo la curva de $f(x)=x^2+5$, en el intervalo de -3 a 0 con 6 trapecios.



SOLUCIÓN

Ejercicio 1.

Paso 1. Calcula la altura de cada trapecio.
b=2, **a**=-2, **n**=4

Altura del trapecio $\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{2-(-2)}{4} = \frac{2+2}{4} = \frac{4}{4} = 1$

Paso 2. Determina los extremos de cada trapecio.
x=-2, -1, 0, 1, 2.

Paso 3. Calcula las bases mayor y menor de cada trapecio.

$f(x)=x^2+8$

x	Y
-2	$=(-2)^2+8=4+8=12$
-1	$=(-1)^2+8=1+8=9$
0	$=(0)^2+8=0+8=8$
1	$=(1)^2+8=1+8=9$
2	$=(2)^2+8=4+8=12$

Paso 4. Determina el área de cada trapecio.

Área del trapecio (fórmula):
(B+b)/2 h

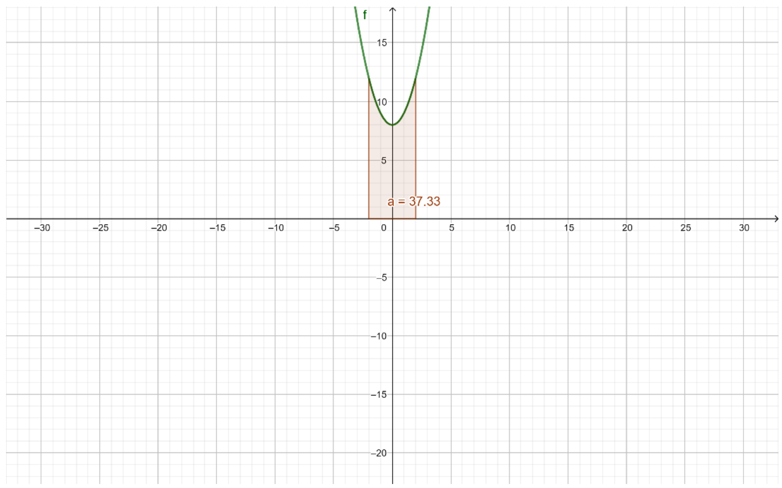
Altura de trapecios

$\Delta x=h=1.$

Trapecio	Base mayor	Base menor	Altura	Área
1	12	9	1	10.5
2	9	8	1	8.5
3	8	9	1	8.5
4	9	12	1	10.5

Paso 5. Suma las áreas de los trapecios.
$A_T \approx A_{T1} + A_{T2} + \ldots A_{Tn}$

$A_T \approx (10.5+8.5+8.5+10.5) \approx 38\ u^2$



Ejercicio 2.

Paso 1. Calcula la altura de cada trapecio.

b=0, **a**=- -3, **n**=6

Altura del trapecio

$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{0-(-3)}{6} = \frac{0+3}{6} = \frac{3}{6} = 1/2 = 0.5$

Paso 2. Determina los extremos de cada trapecio.
x= -3, -5/2, -2, -3/2, -1, -1/2, 0.

Paso 3. Calcula las bases mayor y menor de cada trapecio.
$f(x)=x^2+5$

X	Y
-3	$=(-3)^2+5=9+5=14$
-5/2	$=(-5/2)^2+5=25/4+5=11.25$
-2	$=(-2)^2+5=4+5=9$
-3/2	$=(-3/2)^2+5=9/4+5=7.25$
-1	$=(-1)^2+5=1+5=6$
-1/2	$=(-1/2)^2+5=1/4+5=5.25$
0	$=(0)^2+5=0+5=5$

Paso 4. Determina el área de cada trapecio.

Área del trapecio (B+b)/2 h

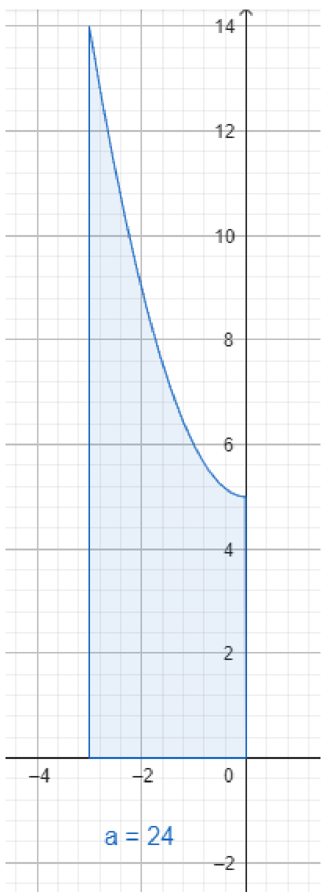
Altura de trapecios $\Delta x=h=1$.

Trapecio	Base mayor	Base menor	Altura	Área
1	14	11.25	0.5	6.31
2	11.25	9	0.5	5.06
3	9	7.25	0.5	4.06
4	7.25	6	0.5	3.31
5	6	5.25	0.5	2.81
6	5.25	5	0.5	2.56

Paso 5. Suma las áreas de los trapecios.

$A_T \approx A_{T1}+A_{T2}+\ldots A_{Tn}$

$A_T \approx (6.31+5.06+4.06+3.31+2.81+2.56) \approx 24.11\ u^2$



Contenido Central: Aproximación y cálculo del área bajo la curva por métodos elementales (Método de los rectángulos y método de los trapecios).	
Aprendizaje Esperado: Compara los resultados de diversas técnicas de aproximación.	**Tema:** Comparación de aproximaciones.
Instrucciones: Resuelve los siguientes ejercicios.	
Ejercicio: Actividad de cierre	
Nota para iniciar: Hasta ahora hemos visto cómo se manejan cada una de las aproximaciones para el cálculo del área bajo la curva, veamos cómo se aproximan cada uno de los métodos para un mismo problema.	

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

1. **Ejercicio 1: Método de los rectángulos y método de los trapecios**.

   Calcula el área bajo la curva de la función f(x) = 2x + 2 en el intervalo [-1, 11] n = 6, con el método de rectángulos y método del trapecio, compara los resultados de ambos métodos. Finalmente, puedes verificar tus resultados utilizando GeoGebra.

2. **Ejercicio 2: Método de los rectángulos y método de los trapecios**.

   Calcula el área bajo la curva de la función f(x) = 4x – x^2 en el intervalo [0, 4] n = 4, con el método de rectángulos y método del trapecio, compara los resultados de ambos métodos. Finalmente, puedes verificar tus resultados utilizando GeoGebra.

SOLUCIÓN

Ejercicio 1: Método de rectángulos.

Paso 1. Calcula el ancho (base) de cada rectángulo.

b=11, **a**=-1, **n**=6
Ancho del rectángulo $\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{11-(-1)}{6} = \frac{12}{6} = 2$

Paso 2. Determina el extremo izquierdo de cada rectángulo.
x=-1, 1, 3, 5, 7 y 9.

Paso 3. Calcula la altura de cada rectángulo.

f(x)= 2x+2
f(-1)= 2(-1)+2= -2+2=0
f(1)= 2(1)+2= 2+2=4
f(3)= 2(3)+2=6+2=8
f(5)= 2(5)+2=10+2=12
f(7)= 2(7)+2=14+2=16
f(9)= 2(9)+2=18+2=20

Paso 4. Determina el área de cada rectángulo.
Área del rectángulo: $A = bh$

Rectángulo	Base	Altura	Área
1	2	0	0
2	2	4	8
3	2	8	16
4	2	12	24
5	2	16	32
6	2	20	40

Paso 5. Suma las áreas de los rectángulos.
$A_R \approx A_{R1}+A_{R2}+\ldots A_{Rn}$
$A_R \approx (0+8+16+24+32+40) \approx (120) \approx 120\ u^2$

Ejercicio 1: Método de los trapecios.

Paso 1. Calcula la altura de cada trapecio.
b=11, **a**=-1, **n**=6

Altura del trapecio $\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{11-(-1)}{6} = \frac{11+1}{6} = \frac{12}{6} = 2$

Paso 2. Determina los extremos de cada trapecio.

x=-1, 1, 3, 5, 7, 9 y 11.

Paso 3. Calcula las bases mayor y menor de cada trapecio.

f(x)=2x+2

x	Y
-1	=2(-1)+2=-2+2=0
1	=2(1)+2=2+2=4
3	=2(3)+2=6+2=8
5	=2(5)+2=10+2=12
7	=2(7)+2=14+2=16
9	=2(9)+2=18+2=20
11	=2(11)+2=22+2=24

Paso 4. Determina el área de cada trapecio.

Área del trapecio $\frac{(B+b)}{2}h$

Altura de trapecios $\Delta x = h = 2$

Trapecio	Base mayor	Base menor	Altura	Área
1	4	0	2	4
2	8	4	2	12
3	12	8	2	20
4	16	12	2	28
5	20	16	2	36
6	24	20	2	48

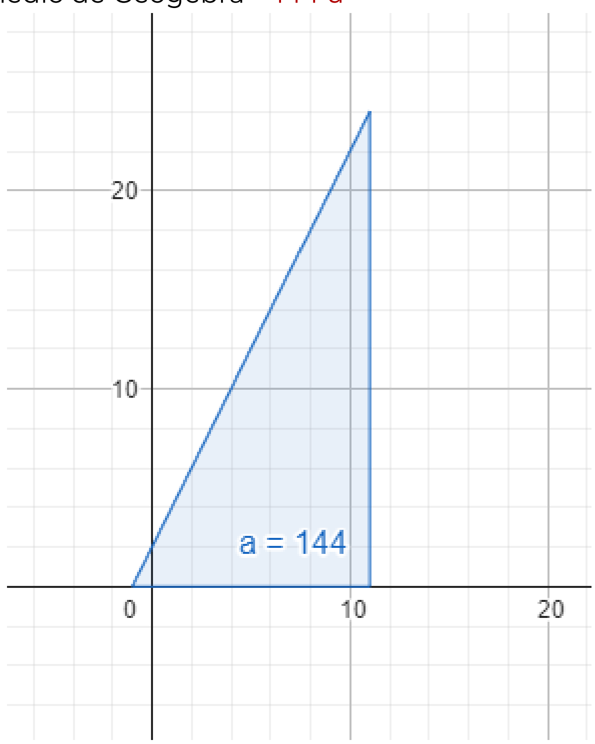
Paso 5. Suma las áreas de los trapecios.

$A_T \approx A_{T1} + A_{T2} + \ldots A_{Tn}$

$A_T \approx (4+12+20+28+36+48) \approx 148\ u^2$

Área aproximada por el método de rectángulos = $120\ u^2$
Área aproximada por el método de trapecios = $148\ u^2$

Cálculo de área por medio de Geogebra = $144\ u^2$



Por lo tanto, el método que más se aproximó al área exacta es el método de trapecios.

Ejercicio 2: Método de rectángulos

Paso 1. Calcula el ancho (base) de cada rectángulo.
b=4, **a**=0, **n**=4
Ancho del rectángulo $\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{4-(0)}{4} = \frac{4}{4} = 1$

Paso 2. Determina el extremo izquierdo de cada rectángulo.

x= 0, 1, 2 y 3.

Paso 3. Calcula la altura de cada rectángulo.

$f(x)= 4x-x^2$
$f(0)= 4(0)-(0)^2= 0-0=0$
$f(1)= 4(1)-(1)^2= 4-1=3$
$f(2)= 4(2)-(2)^2= 8-4=4$
$f(3)= 4(3)-(3)^2= 12-9=3$

Paso 4. Determina el área de cada rectángulo.

Área del rectángulo: $A = bh$

Rectángulo	Base	Altura	Área
1	1	0	0
2	1	3	3
3	1	4	4
4	1	3	3

Paso 5. Suma las áreas de los rectángulos.

$A_R \approx A_{R1}+A_{R2}+\ldots A_{Rn}$
$A_R \approx (0+3+4+3) \approx (10) \approx 10\ u^2$

Ejercicio 2: Método de los trapecios.

Paso 1. Calcula la altura de cada trapecio.
b=4, **a**=0, **n**=4
Altura del trapecio $\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{4-(0)}{4} = \frac{4}{4} = 1$

Paso 2. Determina los extremos de cada trapecio.
x=0, 1, 2, 3 y 4.

Paso 3. Calcula las bases mayor y menor de cada trapecio.
$f(x)=4x-x^2$

x	Y
0	$=4(0)-(0)^2=0-0=0$
1	$=4(1)-(1)^2=4-1=3$
2	$=4(2)-(2)^2=8-4=4$
3	$=4(3)-(3)^2=12-9=3$
4	$=4(4)-(4)^2=16-16=0$

Paso 4. Determina el área de cada trapecio.
Área del trapecio $\frac{(B+b)}{2}h$
Altura de trapecios $\Delta x=h=1$

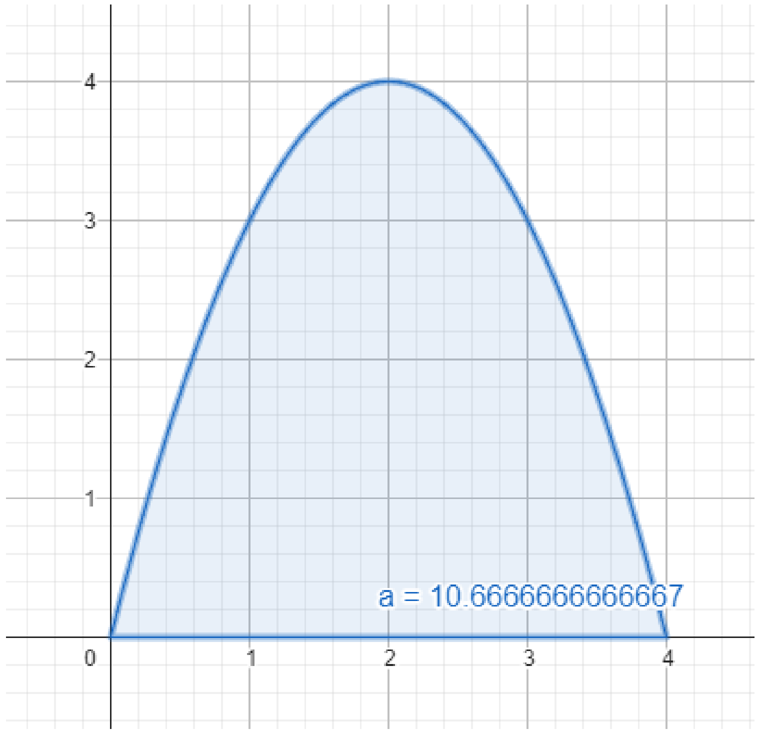
Trapecio	Base mayor	Base menor	Altura	Área
1	3	0	1	1.5
2	4	3	1	3.5
3	4	3	1	3.5
4	3	0	1	1.5

Paso 5. Suma las áreas de los trapecios.

$A_T \approx A_{T1}+A_{T2}+\ldots A_{Tn}$
$A_T \approx (1.5+3.5+3.5+1.5) \approx 10\ u^2$

Área aproximada por el método de rectángulos = $10\ u^2$
Área aproximada por el método de trapecios = $10\ u^2$

Cálculo de área por medio de Geogebra = $10.66\ u^2$



Por lo tanto, ambos métodos se aproximan al área exacta.

Contenido central: Antiderivada de las funciones elementales (algebraicas y trascendentes).	
Aprendizaje esperado: Encuentra la antiderivada de funciones elementales (polinomiales).	**Tema:** Antiderivada Funciones elementales
Instrucciones: Obtenga la antiderivada de las siguientes funciones elementales.	
Ejercicio: Actividad formativa.	
Nota de inicio: La antiderivada de una función f(x) se determina si cumple que F'(x) = f (x) Formulas básicas de integración 1. $\int 1 \cdot d\,x = x + c$ 2. $\int x^n dx = \left(\frac{1}{n+1}\right) x^{n+1}$ para n$\neq -1$	

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

Encuentra la antiderivada de las siguientes funciones elementales mediante integración inmediata.

Función
1. $\int 1 \cdot dx =$
2. $\int 6 \cdot dx =$
3. $\int \frac{2}{3} \cdot dx =$
4. $\int x^2 dx =$
5. $\int 3x^5 dx =$
6. $\int \frac{3}{4} x^3 dx =$
7. $\int x^{-3} dx =$
8. $\int \frac{1}{4} x^{-5} dx =$

SOLUCIÓN

Función	Solución
1. $\int 1 \cdot dx =$	$= x + c$
2. $\int 6 \cdot dx =$	$= 6x + c$
3. $\int \frac{2}{3} \cdot dx =$	$= \frac{2}{3} x + c$
4. $\int x^2 dx =$	$= \frac{x^3}{3} + c$
5. $\int 3x^5 dx =$	$= \frac{x^6}{2} + c$
6. $\int \frac{3}{4} x^3 dx =$	$= \frac{3x^4}{16} + c$
7. $\int x^{-3} dx =$	$= -\frac{1}{2x^2} + c$
8. $\int \frac{1}{4} x^{-5} dx =$	$= -\frac{1}{16x^4} + c$

Contenido central: Antiderivada de las funciones elementales (algebraicas y trascendentes).	
Aprendizaje esperado: Reconoce el significado de la integral definida con el área bajo la curva.	**Tema:** Integral definida Área bajo la curva
Instrucciones: realiza una investigación y analiza la información y finalmente elabora un organizador gráfico.	
Ejercicio: Actividad formativa	
Nota de inicio: Los alumnos deben identificar las características de una integral definida, el procedimiento para la solución de integrales definidas y la importancia de su uso de las para determinar el área bajo la curva y sus aplicaciones.	

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

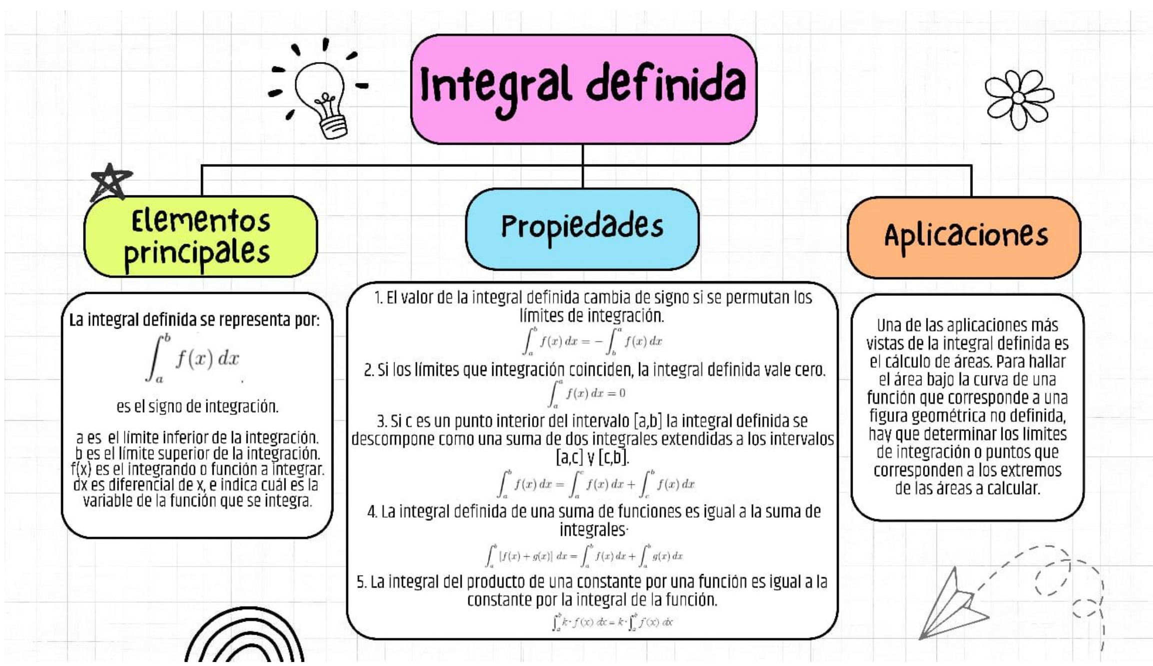
a) Realizar una investigación bibliográfica en distintas fuentes tanto físicas como digitales.

b) Realizar un análisis de la información recabada para determinar los elementos más importantes de dicha información.

c) Elaborar un organizador gráfico (mapa mental). Como recurso de apoyo el estudiante puede utilizar una herramienta digital (Genially, Canva, PowerPoint u otra) se deben incluir los siguientes elementos:

- Elementos principales.
- Características.
- Aplicaciones o usos.

SOLUCIÓN



Contenido central: Antiderivada de las funciones elementales (algebraicas y trascendentes).	
Aprendizaje esperado: Descubre relaciones inversas entre derivación e integración: "Si de una función se obtiene su derivada, qué obtengo si de esa derivada encuentro su antiderivada".	**Tema:** ▪ Derivación. ▪ Integración. ▪ Funciones algebraicas y trascendentes

Instrucciones: a) Encuentre la integral (antiderivada)de las siguientes funciones. b) Derive la integral obtenida de función. c) Procedente de los resultados obtenidos determine la relación existente entre la derivada y la integral de una función. Exprese su conclusión de forma escrita.
Ejercicio: Actividad Formativa
Nota de inicio: Se deberá comprobar que al integrar una función se obtiene su función primitiva, por lo tanto, al derivar dicha función encontraremos la función original la cual derivamos.

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

1. **Ejercicio 1.**

a) Integra las siguientes funciones y después deriva sus resultados.

Función
1. $\int 4 \cdot dx =$
2. $\int \frac{1}{2} \cdot dx =$
3. $\int x^3 dx =$
4. $\int 3x^8 dx =$

2. **Ejercicio 2.**
b) Deriva las siguientes funciones y determina cuáles de ellas son funciones primitivas. de $f(x) = 1$

$f(x)$
1. x
2. x^2
3. $x + 1$
4. $x - 5$
5. $x + 50$
6. $x - 100$

SOLUCIÓN

Ejercicio 1.
a)

Función	Integral	Derivada de la integral
1. $\int 1 \cdot dx=$	$= x + c$	$\frac{d}{dx} x + c = 1$
2. $\int 4 \cdot dx =$	$= 4x + c$	$\frac{d}{dx}\ 4x + c = 4$
3. $\int \frac{1}{2} \cdot dx =$	$= \frac{1}{2}x + c$	$\frac{d}{dx} \frac{1}{2}x + c = \frac{1}{2}$
4. $\int x^3 dx =$	$= \frac{x^4}{4} + c$	$\frac{d}{dx} \frac{x^4}{4} + c = x^3$
5. $\int 3x^8 dx =$	$= \frac{x^9}{3} + c$	$\frac{d}{dx} \frac{x^9}{3} + c = 3x^8$

Ejercicio 2.
b)

$f(x)$	$\frac{d}{dx}f(x)$
1. x	$= 1$
2. x^2	$= 2x$
3. $x + 1$	$= 1$
4. $x - 5$	$= 1$
5. $x + 50$	$= 1$
6. $x - 100$	$= 1$

Contenido central: Antiderivada de las funciones elementales (algebraicas y trascendentes).

Aprendizaje esperado:
Interpreta por extensión o generalización la integral indefinida de funciones polinominales y trigonométricas básicas (seno y coseno).

Tema:
- Integral indefinida.
- Funciones polinominales.
- Funciones trigonométricas básicas.

Instrucciones:
Integre las siguientes funciones polinominales y trigonométricas.

Ejercicio: Actividad formativa

Nota de inicio:
Se deberán identificar las funciones trigonométricas y sus fórmulas de integración.

Fórmula para integrar funciones polinominales:

$$\int (f(x) + g(x) - h(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx - \int h(x)dx$$

Fórmulas para funciones trigonométricas

1. $\int \text{sen}(x)\, dx = -\cos x + c$
2. $\int \cos(x)dx = sen\ (x) + c$
3. $\int sec^2(x)\, dx = \tan(x) + c$
4. $\int csc^2(x)\, dx = -\cot(x) + c$
5. $\int \sec(x)\tan(x)\, dx = sec\ (x) + c$
6. $\int \csc(x)\cot(x)\, dx = -csc\ (x) + c$

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

Función
1. $\int(x^4 + x^2 - x)dx =$
2. $\int(6x^2 + 7x + 2)\,dx$=
3. $\int 8\cos(x)dx =$
4. $\int\left(x - sen(x) + 3\,sec^2\,(x)\right)dx =$
5. $\int 5\sec(x)\tan(x)\,dx =$
6. $\int 14x + 4(\csc(x)\cot(x))dx =$

SOLUCIÓN

Función	Solución
1. $\int(x^4 + x^2 - x)dx =$	$= \frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + c$
2. $\int(6x^2 + 7x + 2)\,dx$=	$= 2x^3 + \frac{7x^2}{2} + 2x + c$
3. $\int 8\cos(x)dx =$	$= 8\,sen(x) + c$
4. $\int\left(x - sen(x) + 3\,sec^2\,(x)\right)dx =$	$= \frac{x^2}{2} + \cos(x) + 3\tan(x) + c$
5. $\int 5\sec(x)\tan(x)\,dx =$	$= 5\sec(x) + c$
6. $\int 14x + 4(\csc(x)\cot(x))dx =$	$= 7x^2 - 4\csc(x) + c$

Contenido central: Tratamiento analítico de las integrales definida e indefinida y uso intuitivo de los procesos infinitos y las situaciones límite.	
Aprendizaje esperado: Utiliza técnicas para la antiderivación de funciones conocidas.	**Tema:** Área bajo la curva por Integral Definida.
Instrucciones: Resolver la integral definida utilizando fórmula de integración inmediata, para hallar el área bajo la curva de la función y = $\boldsymbol{x^2 - 4x + 4}$ en **[0,4]**	

Nota para iniciar: recordemos que sea f continua (y de aquí integrable) en [a, b], y sea F cualquier antiderivada de f en [a, b]. Entonces

$$\int_a^b f(x) = F(b) - F(a)$$

Además, se recomienda consultar el siguiente video, que explica como encontrar el área bajo la curva.

Julioprofe. (2009b, mayo 01). *ÁREA BAJO UNA CURVA – Ejercicio 1* [Video]. https://www.youtube.com/watch?v=V7WnsXYJZaM

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

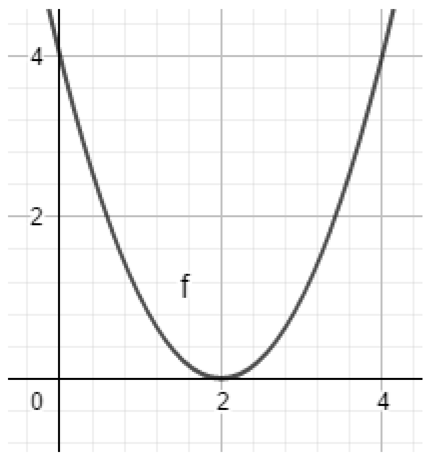
En una construcción se requieren hacer arcos de 4 metros de altura y 4 metros de ancho representados por:

$$\mathbf{y} = x^2 - 4\mathrm{x} + 4 \quad \textbf{en [0,4]}$$

Debemos calcular el área bajo la curva para considerar cantidad de material a utilizar.

SOLUCIÓN

Paso 1. Debemos graficar la función en el intervalo cerrado dado:



Paso 2. Planteamiento de la función a integrar:
con *límite inferior **a** = 0 y límite superior **b** = 4.*
Haremos la integración inmediata.

$$\int_0^4 (\boldsymbol{x^2} - \mathbf{4x} + \mathbf{4})dx =$$

Paso 3. Realizamos la integración Inmediata utilizando fórmulas conocidas:

$$\int_0^4 (\boldsymbol{x^2} - \mathbf{4x} + \mathbf{4}\ )dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + 4x\right]_0^4 = \left[\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x\right]_0^4$$

Paso 4. Aplicamos la fórmula de la integral definida:

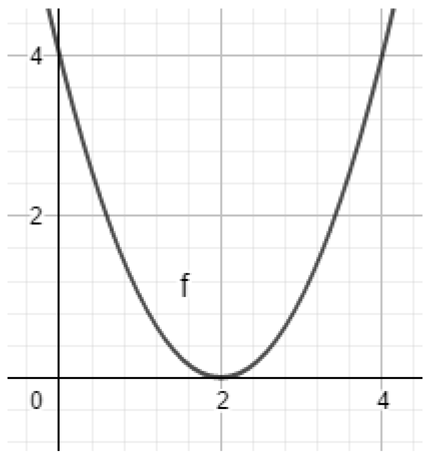
$$\int_a^b f(x) = F(b) - F(a)$$

Tenemos:

$\left[\frac{4^3}{3} - 2(4)^2 + 4(4)\right] - \left[\frac{0^3}{3} - 2(0)^2 + 4(0)\right] =$

$\left[\frac{64}{3} - 32 + 16\right] - [0 - 0 + 0] = \frac{64}{3}$ m^2

Obtenemos el área bajo la curva: $\frac{64}{3}$ m^2



Concluimos que los $\frac{64}{3}$ m^2 de área, son los comprendidos en el intervalo [0, 4] y delimitados por la curva $y = \boldsymbol{x^2 - 4x + 4}$

Contenido Central: Tratamiento analítico de las integrales definida e indefinida y uso intuitivo de los procesos infinitos y las situaciones límite.	
Aprendizaje Esperado: Obtiene la integral indefinida de una función dada	**Tema:** Integral Indefinida
Instrucciones: Resolver la integral indefinida utilizando fórmulas de integración inmediata	

Nota para iniciar: Todas las funciones derivadas son integrables, a la operación de calcular la antiderivada (primitiva) de una función se le llama integración y se denota por el símbolo $\int$ que es la inicial de la palabra suma, utilizada por Gottfried Wilhelm Von Leibniz (genio universal que ganó diversos grados honoríficos en derecho, religión, política, historia, literatura, lógica, metafísica y filosofía especulativa) en 1648.

Variable de integración

Constante de integración

$$y = \int f(x)\,dx = F(x) + C$$

Integrando

f(x) integrando
dx Diferencial de la variable
x Variable de integración
F(x) función primitiva
C Constante de integración

La expresión: $\int f(x) \ dx$

Se lee «*la integral indefinida de f con respecto a x*».

Así pues, la diferencial "*dx*" sirve para identificar "*x*" como la variable de integración.

Algunas fórmulas fundamentales de integración.

$$\int \frac{d}{dx}[f(x)]dx = f(x) + C$$

$$\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$$

$$\int af(x)dx = a\int f(x)dx, \ a \text{ constante arbitraria}$$

$$\int x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} + C, m \neq -1$$

$$\int \frac{dx}{x} = Ln|x| + C$$

Además, se recomienda consultar el siguiente video, que explica como calcular integrales indefinidas directas.

Academia Sánchez (2021b, mayo 21). INTEGRALES INDEFINIDAS DIRECTAS – EXPLICACIÓN PASO POR PASO [Video]. https://www.youtube.com/watch?v=LQ1ffTgbfZs

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

Integra las siguientes funciones:

1. **Ejercicio 1: Integra la función**

$$\int \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx =$$

2. Ejercicio 2: Integra la función

$$\int (t^2+1)^2\, dt$$

SOLUCIÓN

1. Ejercicio 1: Integra la función.

Paso 1. Simplificar lo que se quiere integrar por un procedimiento algebraico.

$$\int \left(\frac{x}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx =$$

Paso 2. Clasificar el integrando de acuerdo con su forma Se clasifica como integral con exponente fraccionario.

$$\int \left(x^{1/2} + x^{-1/2}\right) dx$$

Paso 3. Anotar la fórmula que usara para resolver y sustituir.

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$$

Paso 4. Simplificar si el proceso lo requiere.

$$\frac{x^{3/2}}{3/2} + \frac{x^{1/2}}{1/2} = \frac{2}{3} x^{3/2} + 2x^{1/2}$$

Paso 5. Obtener el resultado.

$$\int \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx = \frac{2}{3} x^{3/2} + 2x^{1/2} + C$$

1. **Ejercicio 2: Integra la función.**

Paso 1. Simplificar lo que se quiere integrar por un procedimiento algebraico.

Se desarrolla el binomio.

$$\int (t^4 + 2t^2 + 1)\, dt$$

Paso 2. Clasificar el integrando de acuerdo con su forma.

$$\int (t^4 + 2t^2 + 1)\, dt = \qquad \int t^4 dt + 2\int t^2 dt + 1\int dt =$$

Las primeras dos son integrales con exponentes y la tercera es la integral de una constante.

También observamos que en la segunda y tercera integración colocamos la constante (2 y 1) antes de la integral, como en la fórmula 3; esto nos llevará a una multiplicación de la constante por la función ya integrada.

Paso 3. Anotar la fórmula que usara para resolver y sustituir.

$$\int x^n\, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1 \qquad \int dx = x + C$$

Obtenemos:

$$\frac{t^{4+1}}{4+1} + 2\frac{t^{2+1}}{2+1} + t$$

Paso 4. Simplificar si el proceso lo requiere.

$$\frac{t^5}{5} + \frac{2t^3}{3} + t$$

Paso 5. Obtener el resultado.

$$\int (t^4 + 2t^2 + 1)\, dt = \frac{t^5}{5} + \frac{2t^3}{3} + t + C$$

Contenido central: Tratamiento analítico de las integrales definida e indefinida y uso intuitivo de los procesos infinitos y las situaciones límite.	
Aprendizaje esperado: Visualiza la relación entre área e integral definida.	**Tema:** Área bajo la curva.
Instrucciones: Encontrar o Modelar la función que cumpla con las especificaciones de la reserva y mediante la cual encontremos el área de dicha reserva.	
Nota para iniciar: si se analiza el desarrollo del cálculo observamos que al aplicar las matemáticas a los problemas de la vida real abordamos tres etapas. Primero se interpreta y traduce el problema a términos matemáticos, entonces decimos que tenemos un modelo matemático. Después se obtiene la solución del problema matemático. Por último, se interpreta esta respuesta matemática en términos del problema original.	

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

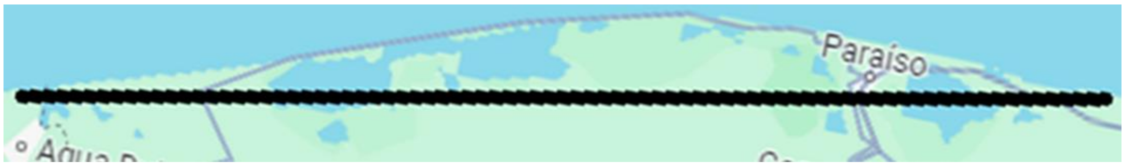
Encontrar el área de una nueva reserva natural en beneficio de millones de personas, desde el municipio de Agua Dulce Veracruz hasta el municipio de Paraíso Tabasco y la cual se encuentra delimitada por una línea recta como se muestra en la figura:

La distancia en línea recta es de 120 Km y se forma una curva que en su cresta tiene 10 km desde la línea recta.

SOLUCIÓN

Paso 1. Leer claramente el problema e identificar la función buscada: en este paso leemos las instrucciones y tomamos notas de las medidas que nos proporcionan.

Paso 2. Hacer un dibujo que muestre las características por modelar.
Tenemos el mapa y las dimensiones.



Observamos que la reserva se puede visualizar como una función cuadrática y, si nos apoyamos con GeoGebra para simular la función que cumple con las especificaciones dadas:

Paso 3. Anotar los datos del problema y establecer las fórmulas que son conocidas.
La línea recta es de 120 km y en la parte más alta de la curva se tienen 10 km.

Paso 4. Expresar todas las variables en términos de la variable pedida a través de un manejo algebraico.
Obtenemos la función f(x) = $-\frac{x^2}{360} + 10$ en [-60, 60] expresada en kilómetros.

Paso 5. Expresar el comportamiento de la función en términos de la variable pedida.
Ahora podemos calcular al área mediante la integral definida:

$$\int_{-60}^{60} \left(-\frac{x^2}{360} + 10\right) \mathrm{d}x =$$

Resolvemos la integral mediante fórmulas de integración inmediata y obtenemos el área de la nueva reserva:

$$\int_{-60}^{60} \left(-\frac{x^2}{360} + 10\right) dx = \left[-\frac{x^3}{1080} + 10x\right]_{-60}^{60} = 800 \text{ km}^2$$

Con este tipo de ejercicios demostramos la estrecha relación del cálculo de áreas con las integrales definidas.

Contenido central: Tratamiento analítico de las integrales definida e indefinida y uso intuitivo de los procesos infinitos y las situaciones límite.	
Aprendizaje esperado: Calcula la Antiderivada de funciones trigonométricas básicas.	**Tema:** Integrales trigonométricas
Instrucciones: Realizar la integración de funciones trigonométricas	

Nota para iniciar: En la integración de funciones trigonométricas, utilizamos las siguientes fórmulas directas o inmediatas:

$$\int sen\, v \;\; dv = -\cos v + C$$

$$\int cos\, v \;\; dv = \operatorname{sen} v + C$$

$$\int sec^2 \;\; dv = \operatorname{tg}\; v + C$$

$$\int Csc^2\, v \;\; dv = -\operatorname{ctg} v + C$$

$$\int sec\, v \;\; tgv\, dv = \sec \mathrm{v} + C$$

$$\int csc\, v \;\; ctg\, v\, dv = -\csc\; v + C$$

$$\int tg\;\; v\;\; dv = -\ln \cos\;\; v + C = \ln \sec\;\; v + C$$

$$\int ctg\;\; v\;\; dv = \ln \operatorname{sen}\;\; v + C$$

$$\int sec\;\; v\;\; dv = \ln(\sec \mathrm{v} + \operatorname{tg} \mathrm{v}) + C$$

$$\int csc\;\; v\;\; dv = \ln(\csc\;\; v - ctg\;\; v) + C = \ln\; tg\; \frac{v}{2} + C$$

Analizaremos una de las fórmulas para comprender mejor como usarlas, ejemplo:

$$\int \csc^2 v \;\; dv = -ctg\;\; v + c$$

csc² = cosecante cuadrada de la función a integrar
v = función a integrar
dv = derivada de la función (derivada de v). Nos indica que, para integrar de forma inmediata, el integrando debe contar seguidamente con su derivada.

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

1. **Ejercicio 1.**

$$\int \tan 10\mathrm{x}\; 10\mathrm{dx}$$

2. **Ejercicio 2.**

$$\int \sec \frac{1}{2}\mathrm{x}\; \mathrm{dx}$$

SOLUCIÓN

1. Ejercicio 1.

La fórmula a utilizar debe ser la tangente.

$$\int tg\ v\ dv = -\ln \cos\ v + C = \ln \sec\ v + C$$

Tenemos:

v = 10x
dv = 10 dx. La integral está completa, aplicamos la fórmula directa.

$\int \tan 10x\ 10dx = \ln \sec 10x + C$

2. Ejercicio 2.

La fórmula a utilizar es de la secante.

Tenemos:
$v = \frac{1}{2}x$
$dv = \frac{1}{2}dx$, la integral no está completa pues no tenemos la derivada de v en el integrando, por lo que completamos; con $\frac{1}{2}$ debemos colocar antes de la integral un 2.

$2\int \sec \frac{1}{2}x\ \frac{1}{2}dx =$ tenemos completa la integral y aplicamos la fórmula inmediata.

$2\int \sec \frac{1}{2}x\ \frac{1}{2}dx = 2 \ln (\sec \frac{1}{2}x + tg\ \frac{1}{2}x) + C$

12. FUENTES DE CONSULTA

Aprendizaje digital y transformación de la educación. (2024, 29 enero). UNESCO. https://www.unesco.org/es/digital-education

Colegio Nacional de Matemáticas (2009). *Matemáticas simplificadas* (2ª. ed.). Pearson. https://clea.edu.mx/biblioteca/files/original/49e8f315f5a6b3cee6f01470e9093068.pdf

DGETAYCM (2020). *Cuadernillo para el estudiante, Asesoría académica, Cálculo integral*. Dirección General de Educación Tecnológica Agropecuaria y Ciencias del Mar https://dgetaycm.sep.gob.mx/storage/recursos/2022/08/wUhciaqiCo-5_C%C3%A1lculo%20integral.pdf

Estrada, C. y Jiménez, M. (2019). *Cálculo integral*. Pearson.

Martínez E. A. (2019). *Calculo integral*. Grupo Editorial MX.

Secretaría de Educación Pública (2017), *Programa de Estudios del Componente Básico del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior. Campo Disciplinar de Matemáticas. Asignatura: Cálculo Integral.* Subsecretaría de Educación Media Superior :: Programas de Estudio para el Bachillerato Tecnológico (sems.gob.mx)

Soto J. E. (2015). *Calculo integral* (2ª Edición). Book Mart.