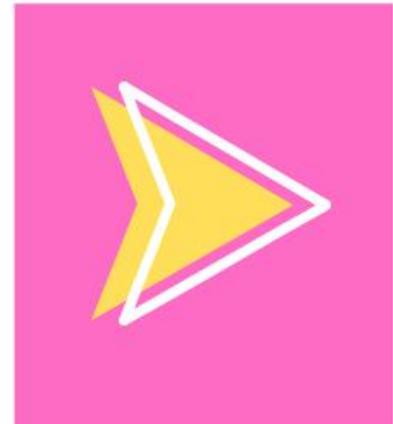




PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

CUADERNILLO
para el estudiante



ASESORÍA ACADÉMICA



**SEXTO
SEMESTRE**

Dirección General de Educación Tecnológica Agropecuaria y Ciencias del Mar

Créditos

Desarrollo de contenido

José Luis Santiago Hernández

Luis Miguel Morales Mendoza

Revisión técnico – pedagógica

Arit Furiati Orta

Itandehui García Flores

Segunda edición, 2021

DGETAyCM

México

Introducción

El cuadernillo de Asesorías Académicas de la asignatura de probabilidad y estadística, forma parte de una colección de recursos de apoyo para jóvenes estudiantes de los Centros de Bachillerato Tecnológico Agropecuario (CBTA), Centros de Bachillerato Tecnológico Forestal (CBTF), Centros de Estudios Tecnológicos en Aguas Continentales (CETAC), Centros de Estudios Tecnológicos del Mar (CETMAR), los cuales tienen el propósito de ofrecerte elementos para lograr los aprendizajes requeridos y favorecer tu desarrollo académico.

En la primera sección se mencionan aspectos relacionados con la Asesoría Académica que te permitirán ubicarla como elemento de apoyo a tu trayectoria académica.

En la segunda sección localizarás actividades que te ayudarán a ubicar tus áreas de oportunidad, partiendo de la recuperación de tus aprendizajes; así mismo, podrás reforzar aspectos conceptuales que faciliten la comprensión del contenido disciplinar, y a la vez, se convierten en apoyo para promover la comprensión lectora y habilidad matemática promoviendo el desarrollo de tu perspectiva crítica.

Encontrarás actividades de reflexión, análisis, lecturas, ejercicios, juegos, problemas a resolver, entre otras, que podrás poner en práctica para comprender que el álgebra forma parte de tu vida en la interacción cotidiana, para actuar de manera reflexiva, razonada y razonable; así como para hacer frente a los problemas vitales, para formularse preguntas sobre ellos, para tomar decisiones relativas a las situaciones que enfrentan cotidianamente.

Esperamos que este material constituya una herramienta valiosa para tu formación y sea útil para apoyar tu proceso de aprendizaje de la probabilidad y la estadística de manera creativa.

La Asesoría Académica

La asesoría académica es un servicio a través del cual encontrarás apoyo para favorecer el logro de tus aprendizajes. Se brinda mediante sesiones de estudio adicionales a la carga horaria reglamentaria y se te apoya para despejar dudas sobre temas específicos. También se te recomiendan materiales adicionales (bibliografía complementaria, ejercicios, resúmenes, tutoriales, páginas web, entre otros), de los que podrás apoyarte para el estudio independiente y evitar el rezago académico.

La asesoría académica puede ser:

- a) Preventiva: acciones con los alumnos que tienen bajo aprovechamiento académico, han reprobado evaluaciones parciales o no lograron comprender algún contenido curricular, y que requieren apoyo para adquirir o reforzar aprendizajes específicos de alguna asignatura, módulo o submódulo. Consiste en lograr que el alumno mejore la calidad de sus aprendizajes, incremente su rendimiento académico y evite la reprobación.

- b) Remedial: son acciones con los alumnos que al finalizar el semestre han reprobado alguna asignatura, módulo o submódulo y requieren apoyo académico para mejorar los aprendizajes frente a las evaluaciones extraordinarias y en general para alcanzar los aprendizajes establecidos en el programa de estudios correspondiente. Su propósito es que los alumnos regularicen su situación académica y eviten el abandono escolar.

Índice temático

- Lección 1. Observa, compara y mide.
- Lección 2. Dato, información, variables, conocimiento.
- Lección 3. Estadística y probabilidad, conceptos, uso y aplicación.
- Lección 4. Colecta, organización y análisis de datos; cuadros, tablas y figuras.
- Lección 5. Muestra, estimador, censo y parámetro.
- Lección 6. Rango, media, mediana y moda. Medidas de tendencia central.
- Lección 7. Varianza y desviación estándar. Medidas de dispersión.
- Lección 8. Permutaciones y combinaciones.
- Lección 9. Diagrama de árbol.
- Lección 10. Teorema de Bayes.

Estructura didáctica

Cada lección se estructura por las siguientes secciones:



Explorando

Sección dirigida a reconocer tu nivel de conocimiento sobre la temática a abordar, puede contener preguntas abiertas, reactivos de opción múltiple, ejercicios, actividades, entre otros. Apoya en la detección de las necesidades formativas de los estudiantes, lo que permitirá tomar decisiones sobre las actividades de asesoría que se pueden desarrollar.



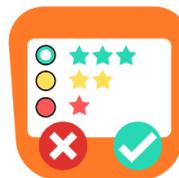
Comprendiendo

Se trabaja con lecturas que brindan elementos para la comprensión de los contenidos (temáticas) que se abordan en la asesoría académica y promueve la habilidad matemática y comprensión lectora, constituye un elemento para el estudio independiente.



Practicando

Promueve la ejercitación e integración de contenidos que se abordan en la lección. Refiere el desarrollo de estrategias centradas en el aprendizaje (elementos didácticos para brindar orientaciones a partir de ejercicios como resolución de problemas, dilemas, casos prácticos, etc). Permite poner en práctica lo revisado en la sección de habilidad lectora y facilita el aprendizaje de los contenidos temáticos.



Autoevaluación

Aporta elementos para que te autoevalúes y tomen junto con tu asesor académico medidas oportunas para continuar con tu proceso de aprendizaje.



Investigando

Se te proporcionan recomendaciones sobre recursos de apoyo y material centrado en áreas específicas, para fortalecer la temática estudiada.

Lección 1. Observa, compara y mide



Explorando

Responde y relaciona los elementos según correspondan:

¿Es lo mismo observar, ver o mirar?

Relaciona las características mencionadas en los recuadros con siguientes las palabras:

a) Ver

b) Observar

c) Mirar

- a) Deberá ser intencionado: motivación o interés en algo.
- b) Con nuestro consentimiento.
- c) Se aprecia la sustancia de las cosas.

- a) Conjunción del ver y mirar.
- b) Formular enunciados de observación, de inferencia y juicios de valor.
- c) Es prestar atención a lo que estás mirando: examinar atentamente

- d) Sentido de la vista.
- e) Apariencia o aspecto externos.
- f) Se realiza con el simple hecho de abrir los ojos.
- g) Captar imágenes sin enfocar la vista en algo específico.
- h) Es necesaria la presencia de luz.

¿Para qué comparas un objeto con otro, una cosa con otra, un producto con otro?

¿Qué utilidad hay en medir las cosas u objetos?

¿Qué ventajas hay en comparar, medir, registrar y organizar la información?

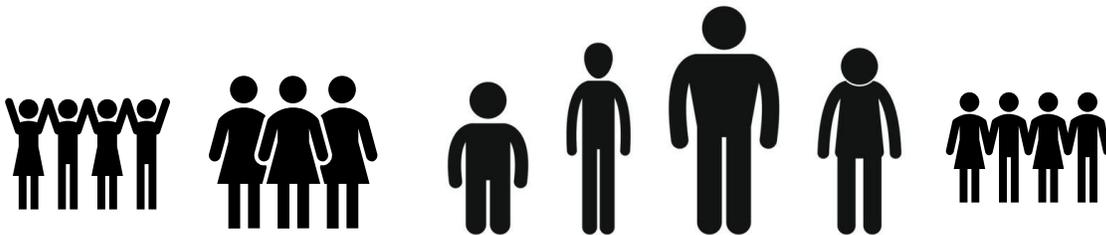
¿Qué instrumentos se utilizan en la medición de objetos o cosas y que unidad de medida utilizan?



Observa

Cómo caso práctico, se solicita que todos los alumnos del grupo se dispongan a participar con actitud cordial y positiva. Todos de pie, se alinean a la pared o perímetro más cercano del aula de clase y su asiento. Una vez alineados, a simple vista se puede **observar** que habrá alumnos hombres y mujeres, altos y bajos, delgados y robustos, de pelo largo y pelo corto, y si les hacemos preguntas, habrá más elementos informativos acerca del grupo, por ejemplo: edad, número de hermanos, gustos, lugar de origen, secundaria de origen, entre otros.

Contar alumnos es un acto de **observación** y el resultado constituirá un dato. Un estudiante cuenta al total de alumnos y **registra** el número o dato en el pizarrón y en su libreta, hace lo mismo con los otros elementos, edad, número de hermanos, etc.



Podemos agrupar, organizar, relacionar o asociar estos rasgos unos con otros. El juego sigue. Nuevamente todos los estudiantes se agrupan por género masculino y por género femenino, se cuenta en cada grupo el número de individuos y se registra; ahora se generan dos grupos sin importar el género, un grupo con alumnos que tengan el pelo corto y otro grupo con los alumnos que tengan el pelo largo, se cuenta y se registra el dato. Otros grupos a generar podrían ser, por edad sin importar el género, gustos y preferencias y así sucesivamente. Todo esto se hace con un propósito, que en este caso es el de comparar.

Compara

La **comparación** nos lleva a distinguir cualidades sobresalientes o no sobresalientes de unos elementos a otros. Comparar, por ejemplo, los grupos de mujeres *versus* hombres en cuanto a su altura, por edad, de forma individual o grupal, permite caracterizar al individuo o al grupo, de manera que continuando con el juego, se solicita agrupar por estatura a los estudiantes, posteriormente, por edad, se **registran los datos** en el pizarrón y en la libreta.

La comparación es un recurso que se tiene para tomar decisiones acerca del objeto en cuestión o simplemente para tener una referencia. Los casos más comunes en la vida cotidiana donde se hacen comparaciones pueden ser cuando vamos de compras y verificamos los precios de diversos productos y su calidad, para seleccionar el idóneo. En la siguiente imagen vemos un ejemplo de comparación en la naturaleza.

El Everest es el monte más alto sobre el nivel del mar y el Chimborazo respecto al centro de la Tierra

DESDE EL NIVEL DEL MAR



DESDE EL CENTRO DE LA TIERRA



EXPLICACIÓN DE LA DIFERENCIA

- 1 El Chimborazo está más cerca del ecuador
- 2 La Tierra tiene mayor radio en el ecuador que en los polos

https://elpais.com/elpais/2016/04/06/media/1459968136_940253.html

Mide

De acuerdo con la RAE **medir** es comparar una cantidad (magnitud) con su respectiva unidad, con el fin de averiguar cuántas veces la segunda está contenida en la primera. En otras palabras, en la medición de algo, lo que nos permite valorar es un patrón de medida estandar o creado *ex profeso*. La medición se aplica en todos los ámbitos: ambiental, productivo, económico, social, cultural, científico, etc. Existen varios instrumentos que se utilizan comunmente en la medición de magnitudes. Aquí algunos ejemplos.



Magnitud.
Longitud
Unidad de medida:
metro = 100 cm
y sus equivalencias.



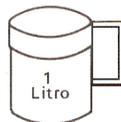
Magnitud.
Tiempo
Unidad de medida:
hora y sus
equivalencias



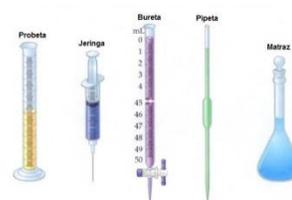
Magnitud.
Masa
Unidad de medida:
kilogramo
y sus equivalencias



Magnitud.
Temperatura
 Unidad de medida:
grado centigrado
 y sus equivalencias



Magnitud.
Capacidad
 Unidad de medida:
litro
 y sus equivalencias



Magnitud.
Volumen
 Unidad de medida:
metro cúbico
 y sus equivalencias



Practicando

Si alguien te pregunta ¿cómo es tu grupo?, en términos de edad, género, talla, peso, complexión, etc., probablemente tus respuestas serían ambiguas o imprecisas, porque guiarse por la simple percepción a través de los sentidos o las emociones, tendrá un alto grado de subjetividad; por lo tanto, no siempre serán válidas las respuestas subjetivas, en la mayoría de los casos será mejor disponer de información veraz y precisa.

De esta manera, surge la necesidad de observar, generar, medir registrar, organizar, representar e interpretar la información, lo cual te pueden ser útil para describir o caracterizar a tu grupo de forma objetiva o apegada a la realidad y no sólo con supuestos.

“De esta forma simple se empieza a usar la estadística simple”.

Resuelve lo siguiente

De los instrumentos antes vistos ¿Cuáles serían útiles para usarlos en el grupo y en las actividades cotidianas que desarrollan? ¿Por qué?

Explica la importancia de observar y ¿Cuáles son las diferencias entre ver y mirar?

Comenta la utilidad de comparar y ¿Cómo la aplicas en tu vida cotidiana?

¿Cuáles fueron los pasos que seguiste para describir o caracterizar a tu grupo?

La medición es una razón que tiene objeto y unidad de medida y utiliza diferentes instrumentos. Esta es una afirmación correcta o incorrecta.

¿Qué instrumentos son comunes para medir diferentes magnitudes? Mencione al menos cinco.



Autoevaluación

Indicadores	Puedo lograrlo	Tengo dudas
Soy capaz de identificar las diferencias entre ver, mirar y observar.		
En un experimento y en la vida común, puedo explicar la utilidad de comparar, medir, registrar y organizar datos.		
Relaciono un instrumento de medición con su unidad de medida correctamente.		
¿Sobre qué temas requiero más Asesoría Académica?		



Investigando

Te sugerimos consultar los siguientes recursos para ejercitar los elementos estudiados en esta lección:

- Carlos Lerin sin fecha. Ver, mirar y observar. [En línea] <http://www.carloslerin.com/docs/vermirarobservar.pdf> (Recuperado el 07 de octubre de 2019).
- Superprof. Estadística descriptiva, ejercicios y problemas. [En línea] <https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/estadistica/descriptiva/ejercicios-y-problemas-de-estadistica-i.html> (Recuperado el 3 de octubre de 2019).
- Portal educativo. Unidades de medida de longitud, volumen, masa y tiempo. [En línea] <https://www.portaleducativo.net/cuarto-basico/550/Unidades-de-medida-de-longitud-volumen-masa-tiempo> (Recuperado el 02 de octubre de 2019).
- Centro de estudios cervantinos. [En línea] <https://www.centroestudioscervantinos.es/unidades-de-medida/> (Recuperado el 05 de octubre de 2019).

Lección 2. Dato, información, variables y conocimiento



Para explorar tus conocimientos previos, acerca de lo que significan para ti los conceptos como dato, información, variables, conocimiento; se aplican algunos cuestionamientos, que ayudaran a atender tus necesidades en esta temática:

¿Sabes cuál es la diferencia entre dato e información? Usa las siguientes imágenes para señalar tu respuesta.



1
¿Dato o información?



2
¿Dato o información?

¿Recuerdas qué es una variable y qué es una constante? Defínelas.



Variable:

Constante:

¿Qué es el conocimiento y cómo genera?



De acuerdo con el modelo de jerarquía Dato-Información-Conocimiento-Sabiduría (DIKW en inglés), que retoma Mora, (2010); se presenta una adaptación práctica de la importancia de los datos, que posteriormente, se convierten en información y a su vez producen conocimiento. Desde luego habrá niveles y calidad del conocimiento de acuerdo a la información y los datos.



Dato

Se considera **dato** a la unidad mínima de información, es poco factible tomar decisiones teniendo únicamente un dato. El dato simplemente nos ayuda a tener una representación entendible de ciertas características tangibles o abstractas del sistema. Son ejemplo de datos los bytes de la memoria de una computadora, el número de habitantes de un pueblo, el número de alumnos de una escuela, el costo de pasaje de un transporte, estos datos no dicen mucho, simplemente son valores que podemos obtener de alguna fuente; pero sí es importante identificar qué tipo de dato es.

Dato = Unidad mínima de información

Información

Podemos decir que la información consiste en la agrupación de varios datos y que dicha agrupación confiere un significado al conjunto, añadiendo un nivel más de valor al que se puede obtener del dato por si solo. Obtener información de un conjunto de datos es un ejercicio de inteligencia propiamente dicho, ya no se trata de valores identificados con un nombre, sino que se realiza un ejercicio de abstracción del conjunto de datos para obtener un valor que los represente a todos, de esta forma la información trasmite un mensaje que puede ser interpretado.

Información = Datos organizados para representar al conjunto

Variable

Una variable puede referirse a aquello que puede variar de sentido o valor. Su contraste sería la constante. Una variable puede sufrir modificaciones según su naturaleza, necesidad o de manera fortuita. En el entendido de que existen varios tipos de variables, aquí el concepto que nos interesa es el de una variable estadística, que se considera cómo una característica que puede fluctuar y cuya variación es susceptible de adoptar diferentes valores, los cuales pueden medirse u observarse. Es un término usado en operaciones matemáticas, físicas, químicas, etc. Ejemplos de variables: peso, talla, consumo, velocidad, temperatura, tiempo, etc.

La **variable categórica** (cualitativa) es una variable que puede tomar como valor una cualidad o categoría.

Ejemplos:

Género (Masculino, femenino)

Salud (buena, regular, mala)

La **variable numérica** (cuantitativa) que como su nombre lo indica, toma valores numéricos.

Ejemplos:

Número de sillas en un salón (1, 2,...). Discreta.

Edad (16, 14, 15, 16,...)... Continua.

Conocimiento

La palabra conocimiento puede tener muchos sentidos, sin embargo, podemos situarnos en el concepto más general, sin entrar en discusiones filosóficas o epistemológicas. El conocimiento es la capacidad de actuar, procesar e interpretar información **para generar más conocimiento** o dar solución a un determinado problema. El conocimiento puede ser interpretado y entendido por seres humanos e incluso por máquinas, a través de agentes inteligentes, esto se logra mediante bases de conocimiento o conjuntos de entrenamiento e inferencia lógica. Los científicos e investigadores definen de dos maneras el conocimiento: *como una representación mental de la realidad y como la información que se puede transmitir de un ente a otro por vías no genéticas* (Ruíz M. M., s/f).

La información nos permite obtener y agrupar los datos disponibles para generar ciertas ideas con una representación del conjunto de datos. El conocimiento es la suma de la información y la experiencia (Mora, 2010).

Conocimiento = Información + Experiencia



Practicando

Del ejercicio de la lección 1, se retoma la caracterización del grupo, para lo cual debes recabar y registrar formalmente los datos; de manera que puedas generar una base de datos, que constuirá la información que será procesada, analizada y representada en gráficos; esto con la finalidad de poder describir al grupo de forma general. Existen muchas variables que podemos obtener aquí sugerimos algunas, algunas son numéricas y otras categóricas:

Nombre (s)

Apellido 1

Apellido 2

Edad

Peso

Estatura

Talla

Complexión

Se registra en una lista, los datos que podrás obtener haciendo preguntas a tus compañeros o miembros de tu familia, pero habrá algunos casos donde se necesitaran algunos instrumentos de medición para obtener el dato, como, por ejemplo, para la talla y estatura se utilizará una cinta métrica, para el peso se usará una báscula. De esta manera se organizan los datos en una hoja de papel o una hoja electrónica que se facilite su uso, los cuadros y tablas son de mucha utlidad.

Ejemplo:

Núm.	Nombre	Apellido 1	Apellido 2	Edad	Peso	Estatura	Talla	Complexión
1								
.								
.								
N								

Cuando se llene la tabla con los datos de cada intengrante del grupo, se tiene la información general, al procesar o analizar esta información se tendran algunos indicadores con los cuales se podrá describir de forma general al grupo.

Una vez hecho lo anterior, responde lo siguiente:

- 1.- Explica la diferencia entre dato e información.
- 2.- Describe qué es una variable y una constante, cita algunos ejemplos.
- 3.- ¿Qué es conocimiento?



Indicadores	Puedo lograrlo	Tengo dudas
Comprendo la diferencia entre un dato e información.		
En una ecuación, puedo identificar las variables y las constantes.		
Relaciono las variables y constantes para representar un caso o fenómeno.		
Soy capaz de explicar cómo se genera la información y el conocimiento.		
¿Sobre qué temas requiero más Asesoría Académica?		



Investigando

Te sugerimos consultar los siguientes recursos para ejercitar los elementos estudiados en esta lección:

- Academia .edu. Metodología conceptos de conocimiento. [En línea] https://www.academia.edu/8931836/Metodologia_resumen_conceptos_de_conocimiento (Recuperado el 05 de octubre de 2019).
- Estadística. Introducción a la estadística descriptiva unidimensional. (2001). Clasemáticas Canal [En línea] <https://youtu.be/o1Y31RRGg7c?list=PLZNmE9BEzVikNwELXJr8yFcGGWS5Y0I9i> (Recuperado el 07 de octubre de 2019).
- Tipos de variables. Estadística para la investigación. (2017). Estadigrafo. [En línea] <https://youtu.be/sQ08tqf-rXU> (Recuperado el 07 de octubre de 2019).
- Laura Tur. (2016). Datos, información y conocimiento. [En línea] <https://youtu.be/lMpACDUgAas> (Recuperado el 07 de octubre de 2019).
- Centro Europeo de Postgrado y Empresa (CEUPE) (2014). [En línea] <https://youtu.be/0el4qcwaVhc> (Recuperado el 10 de octubre de 2019).

Lección 3. Estadística y probabilidad, conceptos, uso y aplicación



Responde lo siguiente:

1.- Elabora una lista de palabras que se relacionen con el concepto de “estadística”.

2.- ¿La estadística es una ciencia?

3.- ¿Sabes de la utilidad de la estadística? Menciona alguno de sus usos o aplicaciones.

4.- ¿Qué significa para ti la palabra “probabilidad”?

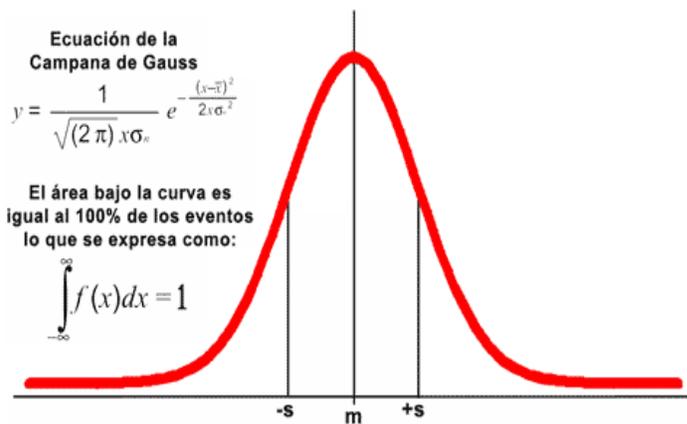
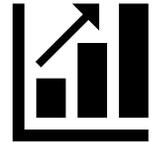
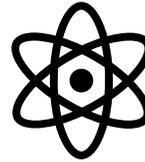
5. Suerte y/o probabilidad. ¿Existe alguna relación? ¿Qué opinas?



Comprendiendo

Estadística

Generalmente se piensa que **estadística** se refiere a las diversas formas de organizar y representar datos e información, elaborar gráficas o diagramas que llamen la atención, porque prácticamente se encuentra en toda nuestra existencia. Sin embargo, **estadística** es mucho más, porque a parte de ser una ciencia muy importante y muy antigua, es fundamental en la creación de nuevos conocimientos, los investigadores obtienen conclusiones a partir de ella; por otra parte, los gobiernos la utilizan para informar y tomar decisiones en sus gestiones; también es útil para describir poblaciones, comportamientos, tendencias, procesos, entre otros.

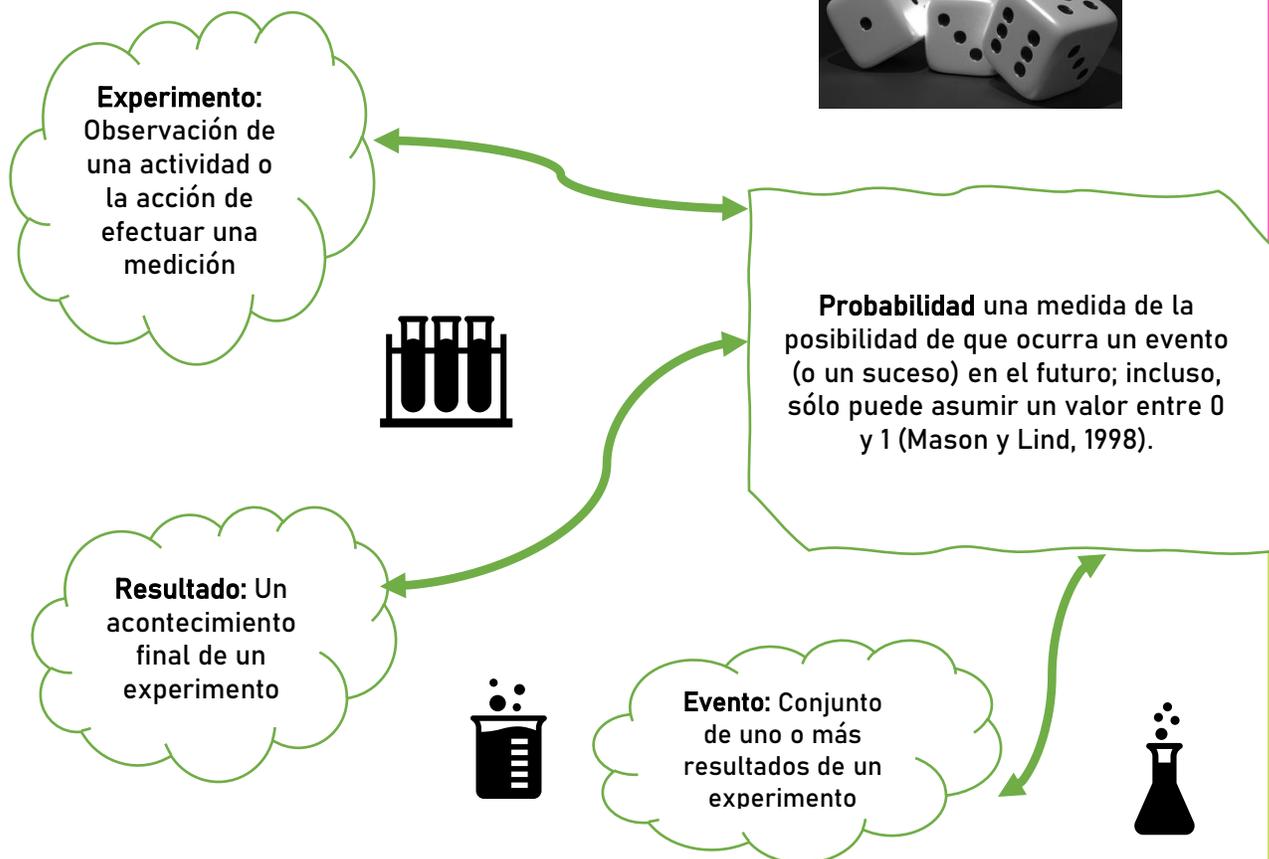


Estadística es un conjunto de técnicas para la colección, manejo, descripción y análisis de información, de manera que las conclusiones obtenidas de ella tengan un grado de confiabilidad especificado (Infante y Zárate, 2000).

La vida cotidiana requiere **Estadística**, la ciencia requiere **Estadística**. De forma general, existen dos tipos de **Estadística**, **la descriptiva** que comprende aquellos métodos usados para organizar y describir la información recabada y **la inferencial** que comprende aquellos métodos y técnicas usados para hacer generalizaciones, predicciones o estimaciones sobre poblaciones a partir de una muestra (Weimer, 1996).

Frecuentemente nos encontramos hablando de probabilidad, posibilidad, azar o "suerte" (aunque este último es subjetivo); también cuando nos referimos a rifas, lotería nacional, o simplemente un volado con alguna moneda al aire; cuando escuchamos las predicciones del clima para el país o para los estados (90% de posibilidades de lluvia); en los deportes, se puede escuchar la opinión de los especialistas sobre quien ganará el campeonato en esta temporada; en las escuelas, los maestros pueden leer las posibilidades de aprobación de una asignatura de algún estudiante en base a su desempeño, como en este caso, el curso de Estadística y Probabilidad.

Probabilidad



"Es mejor calcular la probabilidad que atenerse a la suerte"

Relación entre Estadística y Probabilidad.

La Estadística y Probabilidad se encargan del estudio del azar desde el punto de vista de las matemáticas:

La Probabilidad propone modelos para los fenómenos aleatorios, es decir, los que se pueden predecir con certeza, y estudia sus consecuencias lógicas.

La Estadística ofrece métodos y técnicas que permiten entender los datos a partir de modelos.

De esta manera, el Cálculo de las Probabilidades es una teoría matemática y la Estadística es una ciencia aplicada donde hay que dar un contenido concreto a la noción de probabilidad.



Practicando

Construyendo la definición de Estadística

Actividad 1

Se solicita dar a conocer a las autoridades estatales las características socioeconómicas de los estudiantes de tú escuela; incluyen el contexto social y económico de los estudiantes, ejemplo:

Número de hermanos, número de personas viven con el estudiante, tiene a papá y a mamá, tiene casa propia, tiempo de trayecto a la escuela, escolaridad de los padres; cuánto gasta por ir a la escuela, ingresos mensuales de la familia, trabajan ambos padres, trabajan en la localidad o fuera de ella, si trabaja el alumno, etc.

Para organizar la información, se puede elaborar un cuestionario, que es un instrumento de colecta de datos, para posteriormente capturarlos y analizarlos, obteniendo tablas y gráficos que permitan su observación, caracterización y descripción de manera clara y sencilla. Con esta información tú puedes dar a conocer cómo son los estudiantes de tú escuela en cuanto al aspecto social y económico.

- 1.- Con el fragmento anterior, subraya las palabras que tengan relación con la palabra estadística.
- 2.- Construye una definición de estadística, con tus propias palabras y con los elementos anteriores.

Actividad 2

Pregunta: ¿Cuál es la probabilidad de que, al lanzar un dado, salga el número 2?

Respuesta: $1/6$

Explicación: porque el 2 es solo uno de 6 números que hay en total.

Ahora bien,

Con este mismo principio, elabora un ejercicio con el lanzamiento de una moneda.

Pregunta:

Respuesta:

Explicación:

Ahora contesta lo siguiente:

- 1.- La estadística es una ciencia; sí, ¿Por qué?

- 2.- ¿En qué áreas se aplica la estadística?

- 3.- ¿Qué es la probabilidad?

- 4.- ¿Qué prefieres tener alta probabilidad o suerte? Argumenta tu respuesta.

- 5.- ¿Cuál es la relación entre estadística y probabilidad?



Autoevaluación

Indicadores	Puedo lograrlo	Tengo dudas
Soy capaz de explicar la importancia de la estadística en la ciencia y en la vida cotidiana.		
En una serie de lanzamientos de una moneda puedo identificar la probabilidad de caiga águila o sol.		
Relaciono la estadística y la probabilidad con la ciencia y la vida cotidiana.		
Soy capaz de diferenciar la suerte de la probabilidad.		
¿Sobre qué temas requiero más Asesoría Académica?		



Investigando

Te sugerimos consultar los siguientes recursos para ejercitar los elementos estudiados en esta lección:

- Estadística para todos. Historia ¿Qué es la probabilidad y la estadística? . [En línea] <https://www.estadisticaparatodos.es/enlaces/enlaces.html> (Recuperado el 10 de octubre de 2019).
- Matemáticas Profe Alex. (2017). Conceptos básicos de estadística . [En línea] <https://youtu.be/Xq3thcQqwbc> (Recuperado el 10 de octubre de 2019).
- Estadística útil (2014). ¿Qué es la probabilidad? [En línea] <https://youtu.be/6RO5mdTz-sl> (Recuperado el 11 de octubre de 2019).
- Soledad Herrlein. (2014). Blogspot. Com. [En línea]. <http://soledadherrlein.blogspot.com/2014/10/dato-informacion-conocimiento-sabiduria.html> (Recuperado el 11 de octubre de 2019).
- Sánchez, T.C. (2014). Introducción a la estadística y a las probabilidades. [En línea] https://www.etsii.upv.es/conbuempie/documentos/11398-Estadistica_Apuntes_Previos.pdf (Recuperado el 12 de octubre de 2019).

Lección 4. Colecta, organización y análisis de datos; cuadros, tablas y figuras



Contesta los siguientes cuestionamientos para explorar tus conocimientos previos sobre el tema.

- 1.- Haz una lista de las diferentes formas para coleccionar datos que conozcas.
- 2.- ¿De qué manera podemos organizar los datos coleccionados?
- 3.- ¿Qué es el análisis de datos?
- 4.- Los resultados de un análisis de datos deben presentarse en cuadros, tablas o gráficos, haz un dibujo a mano alzada de estos, para diferenciarlos.



La **Colecta de datos** dependerá de la necesidad y el tipo de estudio a realizar; porque de acuerdo al planteamiento, existen diferentes formas de obtenerlos, cuidando que siempre sean confiables, válidos y objetivos (ver ejemplo de la Lección 2, sección practicando). Para ello, podemos utilizar diferentes métodos y técnicas por ejemplo: un cuestionario, una entrevista, una medición o un simple conteo por observación directa, estas serían fuentes primarias de información (ver ejemplo de la Lección 3, sección practicando, actividad 1).

Continuando con el ejemplo de la caracterización de un grupo de estudiantes; cuando se mide la talla y peso, estamos colectando datos que sirvan para tal propósito, es decir, la caracterización del grupo, se pueden medir otros rasgos que ayudarán a tener mayor precisión en la descripción del grupo.

En otros casos; para obtener datos, es posible hacer uso de fuentes secundarias, tales como: informes, censos, registros, libros revistas ya sea de forma impresa o electrónica.

El **orden, clasificación y organización** de los datos facilita su análisis, este paso tiene que ver con el diseño y tipo de estudio a realizar, por lo que se recomienda definir previamente el propósito de la obtención de datos para que se cumpla con la finalidad del estudio. Para la captura de los datos es común utilizar hojas de cálculo como excel o procesador de texto como word.

El **análisis de datos** se refiere al procesamiento de los datos a través de diferentes métodos matemáticos o estadísticos y a partir de estos hacer deducciones o inferencias sobre la población, muestra u objeto de estudio. Un caso sencillo de procesamiento de datos, es cuando calculas el promedio de tus calificaciones; este promedio te indica el nivel de desempeño que obtuviste en las materias del semestre. La varianza es una medida que se utiliza para medir la variabilidad que existe en los datos de la observaciones que son de tú interés, por ejemplo que tanto ha variado tu promedio de calificaciones en la primaria, secundaria y bachillerato, esto te permitirá reflexionar y explicar las causas de tal variación.

Los cuadros son simplemente los **marcos** que delimitan un párrafo o un conjunto de datos o información alfanúmerica (palabras o números) referida a una variable o aspecto que interesa resaltar de forma breve.

Cuadro 8. Coeficiente de digestibilidad de la proteína (%) de la harina de alfalfa.

Rumiantes	Porcino	Aves	Conejos	Caballos
67	50	56	63	59

Fuente: Fundación FEDNA, (Fundación Española para el Desarrollo de la Nutrición Animal)

Las tablas son datos o información alfanumérica organizada y distribuida en filas y columnas.

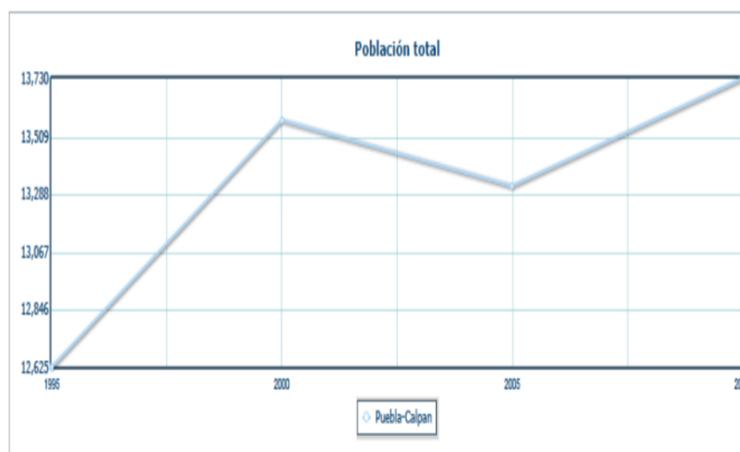
Tabla 1. Hablantes de lengua indígena en la región Ixta-popo de Puebla.

Núm.	Municipio	Población hablante de lengua indígena		Hombres que hablan lengua indígena	Mujeres que hablan lengua indígena	Lengua indígena que hablan en la región
		Cantidad	(%)			
1	Calpan	2,262	21.08	1,144	1,118	Náhuatl, Totonaca, Mazahua, Mixteco, Zapoteco, Mazateco y Popoloca
2	Domingo Arenas	264	3.8	128	136	Náhuatl, Totonaca, Mazahua, Mixteco
3	Huejotzingo	499	0.71	248	251	Náhuatl, Totonaca, Mazahua, Mixteco, Zapoteco, Mazateco, Popoloca, Maya, Soque, Tlapaneco, Purépecha, Tepehua, Chontal,
..
....	---
Total	-----	5,790	2.3	2910	2880	-----

Fuente: Elaboración propia con datos del Sistema Nacional de Información Municipal Instituto Nacional para el Federalismo y el Desarrollo Municipal. 02/02/2016. En <http://www.snim.rami.gob.mx/>

Las figuras permiten una mejor visualización de los datos que se han obtenido. Se utilizan con el propósito de explorar los datos, de comunicar el contenido, almacenar los datos de cierto modo que puedan ser visualizados o por decoración, es decir los datos que llaman la atención pueden ser expuestos de esta manera (APA, 2019), pueden ser imágenes, gráficos, etc.

Figura 1. Dinámica de crecimiento de la población en Calpan, Puebla.



Fuente: INEGI, 2010. Crecimiento de la población en el municipio de Calpan.



Actividad 1

En el siguiente ejercicio pondrás en práctica tus aprendizajes.

Lee y realiza lo que se te pide.

*Se desea conocer el comportamiento del desempeño académico de cinco de tus mejores amigos y compañeros, para ello deberás preguntar los **promedios de sus calificaciones**, de la primaria, secundaria y lo que llevan del bachillerato, organiza los datos de manera que te facilite su análisis, que consistirá en calcular el promedio general de cada compañero, calcula también el promedio general considerando a los cinco compañeros.*

De manera que te darás cuenta, de la variación que tiene cada promedio individual del promedio general. Puede haber varias formas de organizar los datos, elige la que más te convenga y comprendas, siempre y cuando hagas uso de los elementos aquí aprendidos.

Haz uso de cuadros, tablas y figuras para la organización y presentación de los datos y resultados, utiliza una hoja de cálculo de Excel, una hoja en Word o simplemente una hoja de papel.

Comparte los resultados a tus compañeros, comparen sus resultados y den una conclusión sobre su análisis.

- a) En el texto anterior subraya con los siguientes colores, el tipo de información que se presenta:

Ejemplo:

Colecta (verde) -ejemplo, **promedio de sus calificaciones**

Organización (azul)

Análisis de datos (rojo)

Cuadros (negro)

Tablas (amarillo)

Figuras (morado)

- b) En hojas blancas realiza un ejercicio práctico con la información presentada en el texto, es decir, colecta los datos, organízalos, elabora cuadros y tablas y alguna figura para representarlos.

Ahora contesta lo siguiente:

1. Enumera al menos cinco ejemplos de cómo coleccionar datos.

2. ¿Cuáles son las diversas formas de organizar los datos coleccionados?

3. El análisis de datos estadísticos nos permite al menos tres de las siguientes opciones. Subraya.
 - a) Observar diferencias (varianza)
 - b) Calcular tendencias centrales (media)
 - c) Inventar un resultado
 - d) Hacer inferencia

4. Menciona las diferentes maneras en que puedes presentar los datos y resultados de un estudio.



Autoevaluación

Indicadores	Puedo lograrlo	Tengo dudas
Soy capaz de identificar diferentes formas de coleccionar datos.		
En un análisis, puedo organizar los datos para facilitar su procesamiento e interpretación.		
Relaciono y presento los datos en cuadro, tabla o figura según el tipo de información.		
¿Sobre qué temas requiero más Asesoría Académica?		



Investigando

Te sugerimos consultar los siguientes recursos para ejercitar los elementos estudiados en esta lección:

- Clasemáticas Canal (2012). Estadística - Organización y Representación de datos (2005-2006) [En línea]. <https://youtu.be/qKZJdk88Pkk> (Recuperado el 13 de octubre de 2019).
- Matemóvil (2018). Diagrama de barras, polígono de frecuencias y gráfica circular - ejemplos y ejercicio [En línea] <https://youtu.be/L2F2VkzsZwU> (Recuperado el 13 de octubre de 2019).
- Peersman, G. (2014). Sinopsis: Métodos de recolección y análisis de datos en la evaluación de Impacto, Síntesis metodológica n.º10, Centro de Investigaciones de UNICEF, Florencia. [En línea] https://www.unicef-irc.org/publications/pdf/brief_10_data_collection_analysis_spa.pdf (Recuperado el 12 de octubre de 2019).
- Rubiños (2016). Qué es la estadística y cómo se organiza y se representa datos - ejemplo resuelto [En línea] <https://youtu.be/2axLxXP0lqo> (Recuperado el 13 de octubre de 2019).

Lección 5. Muestra, estimador, censo y parámetro



Explorando

A través de los siguientes cuestionamientos se exploran tus conocimientos previos, por favor haz tu mejor esfuerzo para responder.

¿Qué es una muestra?

Cuando escuchas la palabra **censo** ¿qué es lo primero que viene a tu mente?

¿Sabes a qué se refiere la palabra estimador?

¿Qué es un parámetro?



En **estadística inductiva, inferencial** o también denominada **inferencia estadística**, se refiere a los procedimientos estadísticos que sirven para deducir o inferir algo acerca de un conjunto de datos numéricos (**población**), seleccionando un grupo menor de ellos (muestra).

En estadística, **población** se refiere al conjunto de todos los posibles individuos, personas, objetos o mediciones de interés estadístico. Es el total de la información o de los objetos de interés para un estadístico en un caso en particular.

Para deducir o extraer un juicio o deducción acerca de una población, por lo general se toma una **muestra** de dicha población.

Una **muestra** es una porción, o parte de una población de interés. Puede ser un subconjunto de la población.

Un **estadístico** es cualquier característica numérica de una muestra. Ejemplos la media y la varianza muestral.

Estimador: es un estadístico al que se le van a exigir ciertas condiciones para que pueda calcular de forma fiable el parámetro buscado. Es un valor que puede calcularse a partir de los datos muestrales y que proporciona información sobre el valor del parámetro. Por ejemplo, la media muestral es un estimador de la media poblacional, la proporción observada en la muestra es un estimador de la proporción en la población.

Censo: así es llamada la enumeración completa de una población, en la mayoría de los casos puede ser económicamente imposible, o puede no haber tiempo suficiente para examinar a la población completa. En algunas situaciones el censo puede ser imposible. Por ejemplo, un censo de la población marina en el Golfo de México es imposible.

Parámetro: es cualquier característica numérica de una población, es decir, es una medida descriptiva de toda una población. Sin embargo, sus valores por lo general se desconocen, porque es poco factible medir una población entera. Por ello se toma una muestra aleatoria de la población para obtener estimaciones de los parámetros. Un objetivo del análisis estadístico es obtener estimaciones de los parámetros de la población, junto con la cantidad de error asociada con estas estimaciones. Estas estimaciones se conocen también como estadísticos de muestra. Media y varianza poblacional, son ejemplos de parámetro.



Practicando

Actividad 1. Realiza un censo y un muestreo en tu salón de clases con tus compañeros o bien con tu familia, acerca de la variable peso en kilogramos.

Recuerda para realizar el **censo** tendrías que pesar al 100% de la población, es decir pesarás y registrarás el peso de cada compañero y obtendrás un promedio del peso, sumando todos los pesos (kg) de tus compañeros y lo divides entre el número total de compañeros, el resultado será el promedio de peso (kg) de los tus compañeros.

Para realizar el **muestreo** elije un 20% de la población (este % es arbitrario, valido sólo para este ejercicio con fines de ejemplo), cuenta el número total de estudiantes y multiplícalo por 0.20. El resultado será el tamaño de tú muestra o el número de estudiantes que tendras que pesar y registrar sus datos. El promedio se cálcula igual que en el caso del censo, sólo que el número de compañeros será menor.

Una vez que obtengas los dos promedios, comparalos y argumenta las diferencias con tus compañeros. Al final realiza una conclusión acerca del censo y el muestreo.

Ahora contesta lo siguiente:

1. ¿Qué ventajas te da el muestreo?
2. ¿A qué se refiere el parámetro?
3. ¿A que se refiere el estimador?



Autoevaluación

Indicadores	Puedo lograrlo	Tengo dudas
Soy capaz de identificar una muestra y explicar su utilidad.		
A partir de una población, puedo extraer una muestra y a partir de ésta, explicar el comportamiento de la población.		
Relaciono los parámetros en la población con los estimadores en la muestra.		
Soy capaz de realizar un censo y explicar sus parámetros.		
¿Sobre qué temas requiero más Asesoría Académica?		



Investigando

Te sugerimos consultar los siguientes recursos para ejercitar los elementos estudiados en esta lección:

- García, C. M. J. (2001). Estimación de parámetros. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. España. [En línea] http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/inferencia_estadistica/estimac.htm (Recuperado el 14 de octubre de 2019).
- López, J. F. 2019. Estadístico. [En línea]. <https://economipedia.com/definiciones/estadistico.html> (Recuperado el 13 de octubre de 2019).
- Minitab (2019). ¿Qué son parámetros, estimaciones de parámetros y distribuciones de muestreo? [En línea]. <https://support.minitab.com/es-mx/minitab/18/help-and-how-to/statistics/basic-statistics/supporting-topics/data-concepts/what-are-parameters-parameter-estimates-and-sampling-distributions/>. (Recuperado el 14 de octubre de 2019).

Lección 6. Rango, media, mediana y moda

Medidas de tendencia central



Relaciona las siguientes columnas

- () Es la suma de todos los datos dividida entre el número total de datos.
- () En un conjunto de datos, es el dato que más veces se repite.
- () Valor que ocupa el lugar central entre todos los valores del conjunto de datos.
- () Se calcula restando el dato menor al dato mayor.
- a. Mediana
b. Moda
c. Rango
d. Media
e. Promedio



Dentro de la estadística el promedio es la forma más usada, sin embargo, hay tres formas de medirla la media, la mediana y la moda.

¿Por qué tres? Bueno cada una da una forma diferente de ver los datos dependiendo de la pregunta que quieras responder, la **media o media aritmética** es la medida utilizada para encontrar el promedio, en el lenguaje común la gente suele utilizar “promedio” para referirse a la “media “

Para calcular la media se suman todos los datos y se dividen entre el número de datos.

$$media = \frac{\text{suma de todos los datos}}{\text{numeros de datos}}$$

Simbólicamente:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Ejemplo:

¿Cuál es la media de Edad de los primos de Pedro?



Así la media de las edades de los primos de Pedro se calcula:

$$media = \frac{3 + 5 + 6 + 8 + 9 + 9 + 9}{7} = \frac{49}{7} = 7$$

La media de la edad es **7 años**

La **moda (Mo)** es probablemente la forma menos común de encontrar el promedio, y en la mayoría de los casos es la menos útil. Para encontrar la moda, solo encuentra el dato que más se repite. Puede haber más de una moda, o ninguna, en caso de haber dos o varias puntuaciones con la misma frecuencia y esa frecuencia es la máxima, la distribución es bimodal o multimodal, es decir, tiene varias modas.

Ejemplo:

¿Cuál es el dato que más se repite en el ejemplo anterior?

El dato que más se repite es el 9, es el que tiene mayor frecuencia absoluta (3 veces). La moda del número de edad es 9.

Ejemplo:

3	4	5	6	9
---	---	---	---	---

En este conjunto de datos no existe ningún valor que se repita, por lo tanto, este conjunto de valores no tiene moda.

Ejemplo:

1	1	1	4	4	5	5	5	7	8	9	9	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

La moda es 1, 5 y 9, por tanto, tiene moda multimodal

La **mediana (Me)** es el número del medio en un grupo de datos. Sin embargo, los datos deben estar ordenados numéricamente (de mayor a menor o de menor a mayor) antes de encontrar. Si el número del medio está entre dos números, entonces encuentra la media entre esos dos (súmalos y divídelos entre 2).

- Cálculo de la mediana:

Primero ordenamos los datos de menor a mayor.

La mediana de un conjunto con un número impar de datos es, una vez ordenados los datos, el dato que ocupa el lugar central.

Ejemplo:

Calcular la mediana del conjunto de datos del ejemplo de los primos de Pedro:

Edades	3	5	6	8	9	9	9
--------	---	---	---	---	---	---	---



La mediana es **8**

También podemos usar la siguiente fórmula para determinar la posición del dato central:

$$\text{mediana datos impares} = \frac{n + 1}{2}$$

Finalmente tenemos el **rango**. El rango **no** es una medida de promedio; sin embargo, a menudo se utiliza como el promedio, porque es otra manera de medir un grupo de datos. El rango mide la "extensión" de los datos, qué tan alejados se encuentran el menor del mayor. Para encontrar el rango, resta el valor más pequeño del más grande.

$$R = \text{Max } x_i - \text{Min } x_i$$

Ejemplo:

¿Cuál es el rango de las edades de los primos de Pedro?



El mayor valor es 9 y el menor valor es 3, entonces el rango es $9 - 3$ igual a 6.

Por último, podemos mencionar, que la media tiene la ventaja de ser fácilmente calculada, además, de poseer excelentes propiedades desde el punto de vista de la estadística. Sin embargo, es muy sensible a la presencia de observaciones extremas. Por otro lado, la mediana divide a los datos en mitades, además de ser útil en datos asimétricos (histogramas con largas colas), por tanto, tiene mejor tendencia que la media. Finalmente, la moda es poco usada por las siguientes razones: puede ocurrir que no exista y a menudo no es un valor único.



Encontrar el rango, la media, la mediana y la moda

En una encuesta realizada por una veterinaria para saber la cantidad de mascotas que hay en una familia, se obtuvieron los siguientes datos.



Familia	Morales	Pérez	Trejo	Hernandez	Rodriguez	Hernandez	Sánchez	Lopez
Mascotas	1	1	0	3	4	2	2	1



Autoevaluación

Indicadores	Puedo lograrlo	Tengo dudas
Soy capaz de diferenciar entre la media, mediana y la moda.		
Puedo obtener correctamente la media, mediana y la moda.		
Comprendo el significado y aplicación del rango.		
¿Sobre qué temas requiero más Asesoría Académica?		



Investigando

Te sugerimos consultar los siguientes recursos para facilitar tu práctica de asesoría académica:

- Sangaku Maths (2015). Teoría de matemáticas desde secundaria a primeros cursos de carreras técnicas. [En línea] <https://www.sangakoo.com/es/temas/introduccion-a-las-fracciones> (Recuperado el 05 de octubre de 2019).
- Superprof. Estadística descriptiva, ejercicios y problemas. [En línea] <https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/estadistica/descriptiva/ejercicios-y-problemas-de-estadistica-i.html> (Recuperado el 3 de octubre de 2019).
- Matemáticas Profe Alex. (2017). Media, Mediana y Moda para datos agrupados puntualmente [En línea] <https://www.youtube.com/watch?v=leotQ32xZQ0> puntualmente (Recuperado el 04 de octubre de 2019).

Lección 7. Varianza y desviación estándar

Medidas de dispersión



Explorando

Contesta el siguiente cuestionario

¿Qué entiendes por varianza?

¿Qué es desviación estándar?



Comprendiendo

Sin duda, la medida que frecuentemente se usa para estimar la dispersión de los datos es la **desviación estándar** para una muestra. Además, es aconsejable usarla cuando se usa la media como medida de tendencia central, es decir, que mide el grado de concentración de los datos en torno a la media; cuanto más concentrados están, más pequeña es la desviación estándar.

La fórmula para calcular la desviación estándar de un conjunto de datos o muestra es:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n - 1)}}$$

El motivo de optar por la definición de $(n - 1)$, es que da una mejor estimación de la dispersión de los datos. Otro punto importante es ¿Por qué los residuos se elevan al cuadrado? La respuesta es sencilla, si no se elevasen al cuadrado, la suma de residuos sería cero. Es una propiedad de los residuos. Así pues, para evitarlo se elevan al cuadrado.

Para calcular s , sigue los siguientes pasos:

1. Encuentra la media del conjunto de datos, \bar{x}
2. A cada dato (x_i) restale la media (\bar{x}) , para obtener $(x_i - \bar{x})$

3. Calcula el cuadrado de cada diferencia, $(x_i - \bar{x})^2$
4. Ahora suma todos los resultados del paso 3 para obtener la suma de los cuadrados $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$
5. Divide la suma de los cuadrados (calculada en el paso 4) por la cantidad de número del conjunto de datos menos uno; es decir $(n - 1)$, ahora tienes:

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n - 1)}$$

6. Por último, calcula la raíz, para obtener la desviación estándar de la muestra, s .

Ejemplo:

Si se tiene el siguiente conjunto de datos, donde cada mes Juan ahorro cierta cantidad de dinero, encontrar la desviación estándar (s) del conjunto de números de la tabla siguiente:

Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago
16	6	7	3	15	10	18	5

Solución

- 1) Encontrar la media del conjunto de datos

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{8} (16 + 6 + 7 + 3 + 15 + 10 + 18 + 5) = \frac{1}{8} (80) = 10$$

- 2) A cada dato (x_i) restale la media (\bar{x}), para obtener $(x_i - \bar{x})$

$$(x_1 - \bar{x}) = (16 - 10) = 6$$

$$(x_2 - \bar{x}) = (6 - 10) = -4$$

$$(x_3 - \bar{x}) = (7 - 10) = -3$$

$$(x_4 - \bar{x}) = (3 - 10) = -7$$

$$(x_5 - \bar{x}) = (15 - 10) = 5$$

$$(x_6 - \bar{x}) = (10 - 10) = 0$$

$$(x_7 - \bar{x}) = (18 - 10) = 8$$

$$(x_8 - \bar{x}) = (5 - 10) = -5$$

3) Calcula el cuadrado de cada diferencia, $(x_i - \bar{x})^2$

$$(x_1 - \bar{x})^2 = (6)^2 = 36$$

$$(x_2 - \bar{x})^2 = (-4)^2 = 16$$

$$(x_3 - \bar{x})^2 = (-3)^2 = 9$$

$$(x_4 - \bar{x})^2 = (-7)^2 = 49$$

$$(x_5 - \bar{x})^2 = (5)^2 = 25$$

$$(x_6 - \bar{x})^2 = (0)^2 = 0$$

$$(x_7 - \bar{x})^2 = (8)^2 = 64$$

$$(x_8 - \bar{x})^2 = (-5)^2 = 25$$

4) Ahora suma todos los resultados del paso 3 para obtener la suma de los cuadrados

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 36 + 16 + 9 + 49 + 25 + 0 + 64 + 25 = 224$$

5) Divide la suma de los cuadrados (calculada en el paso 4) por la cantidad de número del conjunto de datos menos uno; es decir $(n - 1)$, ahora tienes:

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n - 1)} = \frac{224}{(8 - 1)} = 32$$

6) Por último, calcula la raíz, para obtener la desviación estándar de la muestra, s .

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n - 1)}} = \sqrt{32} = \$ 5.6568$$

Resumen

n	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	16	6	36
2	6	-4	16
3	7	-3	9
4	3	-7	49
5	15	5	25
6	10	0	0
7	18	8	64
8	5	-5	25
	Σ 80		Σ 224

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}} = \sqrt{\frac{224}{7}} = \sqrt{32} = 5.6568$$

Algunas propiedades que pueden ayudarte a interpretar una desviación estándar

- La desviación estándar nunca puede ser un número negativo, debido a la forma en que se calcula y al hecho de que mide una distancia (las distancias nunca son números negativos).
- El valor más pequeño posible para la desviación estándar es 0, y eso sólo ocurre en situaciones artificiales donde todos los números del conjunto de datos son iguales (no hay desviación).
- La desviación estándar se ve afectada por los valores atípicos (valores extremadamente altos o extremadamente bajos incluidos en el conjunto de datos). El motivo es que la desviación estándar se basa en la distancia a la media (recuerda que la media también se ve afectada por los valores atípicos).
- La desviación estándar tiene las mismas unidades que los datos originales.

La **varianza** de un conjunto de datos se define como el cuadrado de la desviación estándar y, por lo tanto, corresponde s^2 , es decir la varianza es una medida de dispersión que representa la variabilidad de una serie de datos respecto a su media (\bar{x}).

Se puede inferir que la varianza es:

$$\text{varianza} = (\text{desviación estándar})^2$$

Simbólicamente:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}$$

De los pasos para calcular la desviación estándar solo se realizarían del 1 al 5

Ejemplo:

Calcular la varianza a partir de la desviación estándar obtenida en el ejemplo anterior $s = 5.6568$

$$\text{varianza} = (\text{desviación estándar})^2 = (5.6568)^2 = \$^2 32.00$$

Es importante recordar que siempre que calculamos la varianza tenemos las unidades de medida al cuadrado.

Se concluye que una desviación estándar pequeña significa que la mayoría de los valores del conjunto de datos están próximos a la media de ese conjunto, y una desviación estándar grande significa que la mayoría de los valores del conjunto de datos están más alejados de la media. Además, se calcula para poder trabajar en las unidades de medida iniciales.

Además de decir que la varianza en estadística es muy importante. Ya que, aunque se trata de una medida sencilla, puede aportar mucha información sobre una variable en concreto, en otras palabras, su cálculo es necesario para obtener el valor de otros parámetros. ¿Qué diferencia existe entre la varianza y la desviación típica? En realidad, vienen a medir lo mismo. La varianza es la desviación estándar elevada al cuadrado. O al revés, la desviación estándar es la raíz cuadrada de la varianza.



Practicando

Calcula la varianza y la desviación estándar

En una empresa refresquera se tomó una muestra de los salarios de cinco trabajadores.



Juan	Teresa	Pedro	Tania	Sergio
14,000	14,500	15,000	14,500	10,000

Resultados:

Varianza_____

Desviación estándar_____

En un equipo de 8 alumnos, se registran los siguientes pesos en kilogramos.

Emilio	José	Santiago	Juan	Ana	Lia	Oscar	Jacinto
75	65	56	64	45	49	92	52

Resultados:

Varianza_____

Desviación estándar_____



Autoevaluación

Indicadores	Puedo lograrlo	Tengo dudas
Soy capaz de diferenciar entre la varianza y la desviación estándar		
Puedo aplicar correctamente la varianza y la desviación estándar		
¿Sobre qué temas requiero más Asesoría Académica?		



Investigando

Te sugerimos consultar los siguientes recursos para facilitar tu práctica de asesoría académica:

- Sangaku Maths (2015). Teoría de matemáticas desde secundaria a primeros cursos de carreras técnicas. [En línea] <https://www.sangakoo.com/es/temas/introduccion-a-las-fracciones> (Recuperado el 05 de octubre de 2019).
- Superprof. Estadística descriptiva, ejercicios y problemas. [En línea] <https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/estadistica/descriptiva/ejercicios-y-problemas-de-estadistica-i.html> (Recuperado el 3 de octubre de 2019).
- EBC Academia (2017). Medidas de dispersión. [En línea]. <https://www.youtube.com/watch?v=BSxdG6XpCwc> (Recuperado el 4 de octubre de 2019).

Lección 8. Permutaciones y combinaciones



Explorando

Completa las siguientes oraciones con las siguientes palabras: permutación con repetición, permutación, combinación, permutación sin repetición, combinación con repetición o repetición sin repetición.

- Una _____ de un conjunto de elementos, es una disposición de dichos elementos teniendo en cuenta el orden.
- Una _____ de un conjunto de elementos, es una selección de dichos elementos sin tener en cuenta el orden.
- ¿De cuántas formas pueden hacer cola 5 amigos para entrar al cine? El ejercicio anterior es una _____.
- ¿De cuántas formas se puede preparar una ensalada de frutas con solo 2 ingredientes, si se cuenta con plátano, manzana y uva? El ejercicio anterior es una _____.
- Con las letras de la palabra LIBRO. ¿Cuántas palabras se pueden hacer sin repetir letras? Es un ejercicio de _____.



Comprendiendo

Normalmente usamos la palabra "combinación" descuidadamente, sin pensar en si el orden de las cosas es importante. En otras palabras:

"Una ensalada de frutas es una combinación de manzanas, uvas y fresas"; no importa en qué orden pusimos las frutas, podría ser "fresas, uvas y manzanas" o "uvas, manzanas y fresas", es la misma ensalada.



"La combinación de un candado es 472": ahora sí importa el orden, "724" no funcionaría, ni "247". Tiene que ser exactamente 4-7-2, para que la secuencia de números o símbolos permitan abrir la cerradura.

Así que en matemáticas usamos un lenguaje más preciso:

*Si el orden NO importa, es una combinación.
Si el orden SI importa es una permutación.*

¡Así que lo de arriba se podría llamar "cerradura de permutación"! es decir, una permutación es una combinación ordenada.

Dentro de las **permutaciones** encontramos dos tipos,

Permutación con repetición, son fáciles de calcular si tienes n cosas para elegir y eliges r de ellas, las permutaciones posibles son:

$$n \cdot n \dots (k \text{ veces}) = n^k$$

Debido a que hay n posibilidades para la primera elección, después hay n posibilidades para la segunda elección y así sucesivamente.

Ejemplo:

En una cerradura hay 10 números para elegir (0, 1 ... 9) y para abrirla debes de elegir solo 3 de ellos.

$$10 \cdot 10 \cdot 10 = 3 \text{ veces el } 10 = 10^3 = 1000 \text{ permutaciones}$$

Es decir, existen 1000 combinaciones para poder abrir la cerradura.

Así que la fórmula es simplemente:

$$n^k$$

donde n es el número de cosas que puedes elegir, y eliges r de ellas (se puede repetir, el orden importa).

Permutación con repetición, podemos intuir que se reduce el numero de opciones en cada paso.

Ejemplo:

¿Cómo podrías ordenar 16 bolas de billar? Después de elegir por ejemplo la "8" no puedes elegirla otra vez. Así que tu primera elección tiene 16 posibilidades, y tu siguiente elección tiene 15 posibilidades, después 14, 13, etc. El total de permutaciones sería:



$$16 \times 15 \times 14 \times 13 \dots = 20,922,789,888,000$$

Pero si solo eliges 3 de ellas, así que la permutación sería:

$$16 \times 15 \times 14 = 3360$$

Es decir, hay 3,360 maneras diferentes de elegir 3 bolas de billar de entre 16. ¿Pero cómo lo escribimos matemáticamente?

La respuesta es usar la "función factorial"



La función factorial (símbolo !), significa que se multiplican los números descendentes:

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

$$7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040$$

$$1! = 1$$

De esta forma si quisieras todas las permutaciones de las bolas del billar, serian:

$$16! = 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 20,922,789,888,000$$

Pero si sólo requieres elegir 3, tienes que dejar de multiplicar después de 14. ¿Cómo lo escribimos? ¡Hay un buen truco... dividimos entre 13!...

$$\frac{16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 16 \cdot 15 \cdot 14 = 3360$$

Puedes deducir que:

$$\frac{16!}{13!} = 16 \cdot 15 \cdot 14$$

La fórmula se escribe de la siguiente forma

$$P_k^n = P(n, k) = \frac{n!}{(n - k)!}$$

donde n es el número de cosas que puedes elegir, y eliges k de ellas (No se puede repetir, el orden importa)

Las **combinaciones** también tienen dos tipos diferentes, basta mencionar que no importa el orden

Se puede repetir: como monedas en tu bolsillo (5,5,5,10,10)

Sin repetición: como números de lotería (2,14,15,27,30,33)

Las **combinaciones sin repetición** de n elementos tomados de k en k son los diferentes grupos de k elementos que se pueden formar a partir de estos n elementos, de modo que dos grupos se diferencian solamente si tienen elementos distintos (es decir, no importa el orden). Se representan por $C(n, k)$.

Por ejemplo,

Consideremos el conjunto $A = \{a, b, c, d, e\}$ de 5 elementos. Observemos primero de todo que, por ejemplo, los grupos abc y cba se consideran iguales, ya que como se ha dicho no importa el orden mientras los elementos sean los mismos.

Vamos a ver cuáles son las diferentes combinaciones sin repetición de estos 5 elementos:

- Combinaciones sin repetición de 5 elementos tomando 1 de una sola vez: a, b, c, d, e .
- Combinaciones sin repetición de 5 elementos tomando 2 de una sola vez: $ab, ac, ad, ae, bc, bd, be, cd, ce, de$.
- Combinaciones sin repetición de 5 elementos tomando 3 de una sola vez: $abc, abd, abe, acd, ace, ade, bcd, bce, bd, cde$
- Combinaciones sin repetición de 5 elementos tomando 4 de una sola vez: $abcd, abce, abde, acde, bcde$.
- Combinaciones sin repetición de 5 elementos tomando 5 de una sola vez: El único grupo de elementos que se puede formar a partir de los elementos de A es a, b, c, d, e .

En este ejemplo se han podido escribir todos. No obstante, si A hubiera tenido muchos más elementos, esto sería mucho más complicado. La fórmula siguiente nos permite saber cuántas combinaciones sin repetición de n elementos tomados de k en k hay:

$$C_k^n = C(n, k) = \frac{n!}{(n - k)! \cdot k!}$$

Por tanto, se tiene que $n = 5$. Ahora, si se requiere saber cuántas combinaciones de 5 elementos, tomando 3 de una vez, se usa la fórmula:

$$C(5,3) = \frac{5!}{(5 - 3)! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(2)! \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{5 \cdot 4}{2!} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 5 \cdot 2 = 10$$

Se puede comprobar en la lista anterior que efectivamente son 10.

Por último, veremos las **combinaciones con repetición** de n elementos tomados de k en k son los diferentes grupos de k elementos que se pueden formar a partir de estos n elementos, permitiendo que los elementos se repitan, y considerando que dos grupos se diferencian solamente si tienen elementos diferentes (es decir, no importa el orden). Se representan por $Cr(n, k) = Cr_k^n$.

Ejemplo

Considerando el conjunto $A = \{a, b, c, d, e\}$, se tiene que las diferentes combinaciones con repetición de estos 5 elementos son:

- Combinaciones con repetición de 5 elementos tomados de 1 en 1: $a, b, c, d, y e$.
- Combinaciones con repetición de 5 elementos tomados de 2 en 2: como antes, se tienen $ab, ac, ad, ae, bc, bd, be, cd, ce, de$, pero ahora también se tienen los grupos con elementos repetidos: $aa, bb, cc, dd, y ee$.
- Combinaciones con repetición de 5 elementos tomados de 3 en 3: como antes, tenemos $abc, abd, abe, acd, ace, ade, bcd, bce, bd, cde$, pero ahora también se tienen los grupos con elementos repetidos: $aab, aac, aad, aae, bba, bbc, bbd, bbe, cca, ccb, ccd, cce, dda, ddb, ddc y dde$.
- Combinaciones con repetición de 5 elementos tomados de 4 en 4: como antes, se tienen $abcd, abce, abde, acde, bcde$, pero ahora también se tienen los grupos con elementos repetidos: $aaab, aaac, aaad, aaae, aabc, aabd, aabe, aacd, aade, bbba, etc.$
- Combinaciones con repetición de 5 elementos tomados de 5 en 5: aparte del que ya se tenía antes que es: a, b, c, d, e , ahora también se tienen los grupos con elementos repetidos: $aaaaa, aaaab, aaaac, aaaad, aaaae, aaabc, aaabd, aaabe, aaace, etc...$

Como se puede ver en este ejemplo, ahora hay muchos más grupos posibles que antes. La siguiente fórmula nos dice cuántas combinaciones con repetición de n tomados de k en k hay:

$$Cr_k^n = Cr(n, k) = \frac{(n + k - 1)!}{(n - 1)! \cdot k!}$$

Partiendo del ejemplo anterior, se requiere saber cuántas combinaciones con repetición de 5 elementos tomados de 3 en 3 hay, usando fórmula se obtiene que son 35:

$$Cr(5,3) = \frac{(5 + 3 - 1)!}{(5 - 1)! \cdot 3!} = \frac{7!}{4! \cdot 3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4! \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 7 \cdot 5 = 35$$



Practicando

Realiza las siguientes funciones factoriales:

$$5! =$$

$$10! =$$

$$2! =$$

$$6! =$$

$$\frac{5!}{9!} =$$

$$\frac{9!}{3!} =$$

Resuelve las siguientes permutaciones y escribe cuál de los dos tipos es:

- ¿De cuántas maneras se pueden dar primer y segundo premio entre 10 personas?
- Juan tiene un negocio de ensaladas y requiere saber de cuantas formas puede preparar la ensalada cesar si ocupa 5 ingredientes (lechuga, jitomate, pollo jamón y queso)

Resuelve las siguientes combinaciones y escribe cuál de los dos tipos es:

- En una clase con 30 alumnos, tienen que salir 5 voluntarios para realizar una actividad. ¿Cuántos grupos de 5 voluntarios diferentes pueden hacerse?
- En una bolsa hay 7 bolas numeradas del 1 al 7. Sin mirar se saca una bola, se apunta el número correspondiente y se vuelve a dejar la bola dentro de la bolsa. Se repite esta acción tres veces más (es decir, en total se apuntan cuatro números). ¿Cuántos grupos de números, sin importar el orden, se pueden obtener mediante este procedimiento?



Auto evaluación

Indicadores	Puedo lograrlo	Tengo dudas
Puedo diferenciar una permutación y una combinación.		
Soy capaz de aplicar una permutación sin repetición.		
Puedo distinguir los dos tipos de combinación y permutaciones.		
¿Sobre qué temas requiero más Asesoría Académica?		



Investigando

Te sugerimos consultar los siguientes recursos para facilitar tu práctica de asesoría académica:

- Sangaku Maths (2015). Teoría de matemáticas desde secundaria a primeros cursos de carreras técnicas. [En línea] <https://www.sangakoo.com/es/temas/introduccion-a-las-fracciones> (Recuperado el 05 de octubre de 2019).
- Superprof. Estadística descriptiva, ejercicios y problemas. [En línea] <https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/estadistica/descriptiva/ejercicios-y-problemas-de-estadistica-i.html> (Recuperado el 3 de octubre de 2019).

Lección 9. Diagrama de árbol



Responde las siguientes preguntas

- 1) ¿Qué entiendes por diagrama de árbol?
- 2) ¿Sabes construir un diagrama de árbol?
- 3) Si contestaste afirmativamente determina la probabilidad del siguiente ejercicio. Una universidad está formada por tres facultades: la 1ª con el 50% de estudiantes, la 2ª con el 25% de estudiantes y la 3ª con el 25% de estudiantes. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar una alumna de la primera facultad?



En probabilidad el diagrama de árbol es un instrumento para determinar los posibles resultados de un experimento aleatorio. Además, es una representación gráfica de los posibles resultados del ensayo, el cual consta de una serie de pasos, donde cada uno de estos tiene un número finito de maneras de ser llevado a cabo

Los diagramas de árbol son principalmente usados en problemas de conteo y probabilidad, debido a que en muchos ensayos se requieren conocer el número de objetos que forman parte del espacio muestral.

Como se construye un diagrama de árbol, se parte de colocar una rama para cada una de las posibilidades, acompañada de su probabilidad, las ramas antes mencionada se les conoce como “ramas de primera generación”. En el final de cada rama de primera generación se construye a su vez un nudo del cual parten nuevas ramas conocidas,

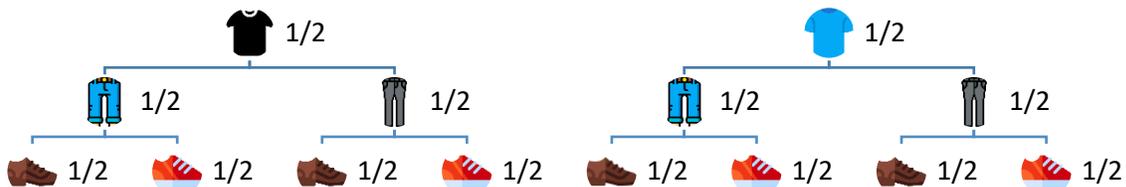


nombradas como “ramas de segunda generación”, según las posibilidades del siguiente paso, salvo si el nudo representa un posible final del experimento “nudo final”.

Desventajas	Ventajas
Sólo es recomendable para cuando el número de acciones es pequeño y no son posibles todas las combinaciones. En la elección de un modelo, existe una cantidad muy limitada y dificulta para elegir el árbol óptimo.	Plantean el problema para que todas las opciones sean analizadas.
En la elección de un modelo, existe una cantidad muy limitada y dificulta para elegir el árbol óptimo.	Permiten analizar totalmente las posibles consecuencias de tomar una decisión.
Presenta inconvenientes cuando la cantidad de alternativas es grande y cuanto las decisiones no son racionales.	

Ejemplo:

Una persona tiene en su guardarropa dos playeras desiguales, dos pantalones diferentes y dos pares de calzados distintos; ¿De cuántas diferentes posibles formas podrán combinar su ropa?



¿Cuántos diferentes atuendos pueden tener?

Si contamos todas las ramas, nos damos cuenta que el número de clasificaciones son:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

Como los mismos datos ahora se requiere calcular la probabilidad de que el atuendo contenga playera azul, pantalones azules y calzado café. ¿Cuál es la probabilidad para los datos antes mencionados?

Cada rama del árbol, desde el principio hasta el final, es un resultado del espacio muestral. Para contar la probabilidad de cada rama, debemos multiplicar las probabilidades de todas las ramas que hemos seguido para llegar hasta el final del árbol (ya que es la probabilidad de la intersección de tres sucesos independientes).

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} = 0.125 = 12.5\%$$

En este caso sólo hay una rama favorable.



Practicando

Calcular la probabilidad y realizar el diagrama de árbol

Un médico general clasifica a sus pacientes de acuerdo a: su sexo (masculino o femenino), tipo de sangre (A, B, AB u O) y en cuanto a la presión sanguínea (Normal, Alta o Baja).
¿Mediante un diagrama de árbol diga en cuantas clasificaciones pueden estar los pacientes de este médico? Y ¿Cuál es la probabilidad de encontrar a una mujer con presión sanguínea baja?

Realiza tu diagrama

Responde las preguntas:



Autoevaluación

Indicadores	Puedo lograrlo	Tengo dudas
Puedo construir un diagrama de árbol por mí mismo.		
Soy capaz de encontrar la probabilidad de un experimento partiendo de un diagrama gráfico.		
¿Sobre qué temas requiero más Asesoría Académica?		



Investigando

Te sugerimos consultar los siguientes recursos para facilitar tu práctica de asesoría académica:

- Sangaku Maths (2015). Teoría de matemáticas desde secundaria a primeros cursos de carreras técnicas. [En línea] <https://www.sangakoo.com/es/temas/introduccion-a-las-fracciones> (Recuperado el 05 de octubre de 2019).
- Superprof. Estadística descriptiva, ejercicios y problemas. [En línea] <https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/estadistica/descriptiva/ejercicios-y-problemas-de-estadistica-i.html> (Recuperado el 3 de octubre de 2019).

Lección 10. Teorema de Bayes



Explorando

Completa las siguientes oraciones

- El Teorema de Bayes viene a seguir el proceso _____ al que hemos visto en el Teorema de la probabilidad total.
- Teorema de _____: a partir de las probabilidades del suceso A (probabilidad de que llueva o de que haga buen tiempo) deducimos la probabilidad del suceso B (que ocurra un accidente).
- Teorema de _____: a partir de que ha ocurrido el suceso B (ha ocurrido un accidente) deducimos las probabilidades del suceso A (¿estaba lloviendo o hacía buen tiempo?).



Comprendiendo

El **teorema de Bayes** es utilizado para calcular la probabilidad de un suceso, teniendo información de antemano sobre ese suceso, además es una forma especial de conteo. El teorema de Bayes se emplea cuando no es posible obtener la numeración directa para obtener las probabilidades, por lo cual se emplea un análisis combinado.

Esta posibilidad permite de una forma simplificada calcular la probabilidad con condicionales, es decir, calcular la probabilidad de que ocurra B si se sabe que ya ha ocurrido un evento A .

Sea A_1, A_2, \dots, A_n un conjunto de sucesos incompatibles cuya unión es el total y tales que la probabilidad de cada uno de ellos es distinta de cero. Sea B un suceso cualquiera del que se conocen las probabilidades condicionales $P(B/A_i)$. entonces la probabilidad $P(A_i/B)$ viene dada por la expresión:

$$P(A_i/B) = \frac{P(B/A_i) \cdot P(A_i)}{\sum P(B/A_j)}$$

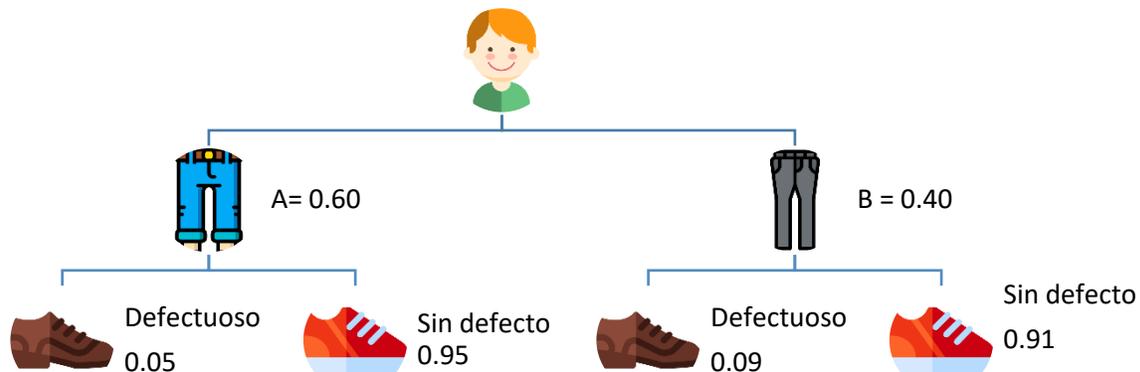
Para calcular esta probabilidad es importante que se siga los siguientes pasos:

- Conocer la probabilidad como frecuencia relativa de que ocurra el suceso A , o sea $P(A)$.
- La probabilidad de que ocurra el suceso B es $P(B)$.
- La probabilidad de que ocurra el suceso A , si sabemos que ya ocurrió el suceso B , es $P(A/B)$.

Ejemplo:

Una fábrica de celulares dispone de dos máquinas A y B que elaboran el 60% y el 40% de la producción. El porcentaje de celulares defectuosos que produce cada máquina es del 5% y 9% respectivamente. Calcular: ¿Cuál es la probabilidad de que el celular haya sido fabricado por la maquina A, sabiendo que es defectuoso?

Elaborar el diagrama de árbol con los datos del problema.



$$P(A|\text{defectuoso}) = \frac{P(\text{defectuoso}|A) \cdot P(A)}{P(\text{defectuoso})}$$
$$P(A|\text{defectuoso}) = \frac{0.05 \cdot 0.60}{(0.60 \cdot 0.05) + (0.40 \cdot 0.09)} = \frac{0.03}{0.03 + 0.036} = \frac{0.03}{0.066} = 0.4545$$



Calcular la probabilidad mediante el teorema de Bayes

La policía planea reforzar el respeto a los límites de velocidad mediante la utilización de sistemas de radar en cuatro diferentes sitios dentro de la ciudad. Los sistemas de radar en cada sitio L_1, L_2, L_3 y L_4 se ponen a funcionar, respectivamente, el 40%, 30%, 20% y 30% del tiempo, y si una persona que conduce a gran velocidad rumbo a su trabajo tiene, respectivamente, las probabilidades de 0.2; 0.1; 0.5 y 0.2 de pasar por alguno de estos sitios y que le multen. ¿Cuál es la probabilidad de que le levanten una multa?



Auto evaluación

Indicadores	Puedo lograrlo	Tengo dudas
Soy capaz de conocer en que consiste el teorema de Bayes.		
Después de realizar un ejercicio sobre la aplicación del teorema de Bayes, puedo interpretar los resultados obtenidos.		
Soy capaz de reflexionar sobre el uso del teorema de Bayes en mi vida diaria.		
¿Sobre qué temas requiero más Asesoría Académica?		



Investigando

Te sugerimos consultar los siguientes recursos para facilitar tu práctica de asesoría académica:

- Sangaku Maths (2015). Teoría de matemáticas desde secundaria a primeros cursos de carreras técnicas. [En línea] <https://www.sangakoo.com/es/temas/introduccion-a-las-fracciones> (Recuperado el 05 de octubre de 2019).
- Superprof. Estadística descriptiva, ejercicios y problemas. [En línea] <https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/estadistica/descriptiva/ejercicios-y-problemas-de-estadistica-i.html> (Recuperado el 3 de octubre de 2019).
- Matemóvil (2019). Teorema de Bayes - Probabilidades - Ejercicios resueltos [En línea] <https://www.youtube.com/watch?v=CP4ToX5Tyvw> (Recuperado el 10 de octubre de 2019).

Referencias

- APA 2019. <https://normasapa.net/tablas-figuras-y-apendices/>
- Gorgas, J., Cardiel, L., & Zamorano, J. (2009). *Estadística básica para estudiantes de ciencias*. Madrid, España: Universidad Complutense de Madrid.
- Infante G. S. y Zárate de L. G. 2000. *Métodos estadísticos. Un enfoque interdisciplinario*. Editorial Trillas. Centro de Estadística y Cálculo del Colegio de Postgraduados. Segunda edición y sexta reimpresión. México D.F.
- Mason, R. D. y Lind, D. A. 1998. *Estadística para administración y economía*. The University of Toledo, Ohio, E.U.A. Octava edición. Alfaomega grupo editor, S.A. de C.V. México, D.F.
- Mendenhall, W., Beaver, R., & Beaver, B. (2006). *Introducción a la probabilidad y estadística* (13ª ed.). Ciudad de México, México: Cengage Learning.
- Mora, P. J.J. (2010). *Gestión del conocimiento*. Publicado en: jjmora.es/gestion-del-conocimiento- consultado el 02/10/2019.
- Ruíz M. M. , (sin fecha) *Metodología resumen conceptos de conocimiento*. Publicado en https://www.academia.edu/8931836/Metodologia_resumen_conceptos_de_conocimiento Consultado el 03/10/2019.
- Weimer, R. C. 1996. *Estadística*. Universidad Estatal Frostburg. Primera edición en español. Compañía editorial Continental, S.A. de C.V. CECSA. México, D.F.

Imágenes tomadas de

- <https://pixabay.com/es/>
- Google imágenes - derechos de uso, etiquetadas para su reutilización (SOFAM, 2019)
- Crucigramas generados en: <https://es.educaplay.com>
- Diseño elaborado en: www.canva.com